

Svängande stavar och fjädrar

Vid den här laborationen ska du, med hjälp av en serie enkla experiment, bestämma vilka faktorer som påverkar svängningstiden för en balk eller en fjäder. *Målet* är att finna ett allmängiltigt analytiskt uttryck för respektive svängningstid. *Meningen* med laborationen är det systematiska arbetet som leder fram till målet. Att man ibland kommer på avvägar är en del av det experimentella arbetet.

Du får tillgång till enkel mätutrustning och ett antal balkar respektive fjädrar. För att kunna lösa uppgiften behövs dock inte bara mätdata, utan också arbete med dimensionsanalys, linjärisering av samband och diagramritning.

Förberedelser

Läs om *Experimentell metodik* i avsnittet som kallas Labintroduktion.

Lös sedan uppgifterna nedan. Fullständiga, renskrivna lösningar lämnas vid laborationens början till handledaren.

1. Vid tillverkning av julgranskulor blåses varm luft in i en plastmassa på samma sätt som när man blåser såpbubblor. Plasten stelnar i sin sfäriska form när kulans radie fått en viss storlek. Övertrycket (p) hos luften bestämmer kulans radie (r) enligt tabellen.

p/Pa	980	544	326	241	204	160
r/m	0,050	0,090	0,15	0,20	0,24	0,30

a) Ansätt ett samband av typen $p = a \cdot r^b$. Vad ska avsättas på diagramaxlarna för att du ska få en rät linje?

b) Rita ett diagram i vilket mätpunkterna ligger på en rät linje, och bestäm ur diagrammet funktionssambandet mellan p och r .

Svar: a) $\lg p$ som funktion av $\lg r$ (eller $\ln p$ som funktion av $\ln r$).

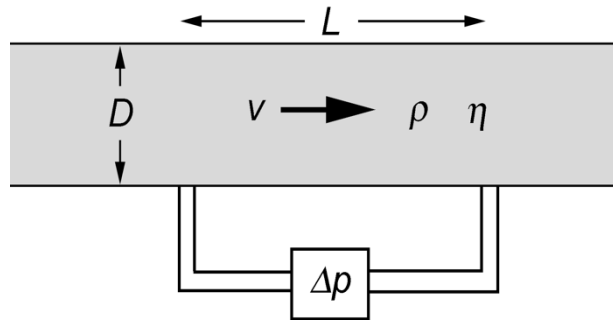
b) $p = a \cdot r^{-1}$ och $a = 49 \text{ N/m}$.

2. Ljudhastigheten i en stav beror på stavens densitet ρ och dess elasticitetsmodul E (enhet N/m^2)*. Bestäm via produktansats hur sambandet för ljudhastigheten ser ut.

Svar: $v = \text{konst} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

* $\frac{1}{E} = \frac{1}{L} \cdot \frac{dL}{dP} = \frac{dL}{L} \cdot \frac{1}{dP}$ som tolkas som "relativ längdändring per tryckändring".

3. När en vätska strömmar *laminärt* (utan virvelbildning) genom ett rör kan man härleda ett uttryck för hur tryckfallet per längdenhet ändras i röret. Sambandet som kallas Poiseuilles lag fungerar inte alls när strömningen blir *turbulent*. Då krävs både dimensionsanalys (med rätt ansats) och en del experimenterande för att få fram ett samband. Låt oss anta att tryckfallet per längdenhet ($\Delta p/L$) bara beror på rörets diameter (D), strömningshastigheten (v), vätskans densitet (ρ) och dess viskositet (η).



Figur 1 I ett rör med turbulent strömning vill man bestämma hur tryckfallet per längdenhet beror på olika storheter.

a) Gör en produktansats och ställ upp de ekvationer som enheterna ger upphov till. Hur många obekanta får du och hur många ekvationer? Ledning: Viskositet har enheten $1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1 \text{ Ns/m}^2$.

b) Det behövs alltså experiment för att bestämma en av de obekanta, dvs en exponent för någon av variablerna. Om man mäter tryckfallet per längdenhet och varierar bara en av storheterna D , v , ρ eller η (och håller de andra konstanta) kan man med ett lämpligt diagram bestämma *en* exponent. Strunta för ett ögonblick i vad som är experimentellt möjligt och berätta vilken exponent som du vill bestämma först.

c) Genom att använda samma vätska och samma rördiameter och bara variera strömningshastigheten kan man visa att

$$\frac{\Delta p}{L} = \text{konst}_2 \cdot v^{7/4}$$

Visa nu hur tryckfallet per längdenhet beror på de fyra variablerna i ansatsen.

d) Till sist, hur bestämmer man konstanten i uttrycket?

Svar: c)
$$\frac{\Delta p}{L} = \text{konst}_1 \cdot \rho^{3/4} \cdot v^{7/4} \cdot D^{-5/4} \cdot \eta^{1/4}$$

d) För fullständighetens skull: Sambandet kallas Blasius formel och konstanten har värdet $\text{konst}_1 = 0,1582$.

Utförande

Du ska under laborationen arbeta med *en* av följande uppgifter. Inled gärna med att tillsammans diskutera vilka faktorer som möjligen påverkar svängningstiden. Lägg sedan upp en strategi för hur ni så systematiskt som möjligt ska genomföra undersökningen. Gör produktansatser och genomför dimensionsanalyser, ta upp mätdata och rita diagram! Du inser snart att man, hur systematisk man än är, inte alltid kan ändra bara en variabel åt gången. Detta är i realiteten snarare en regel än ett undantag!

Laborationen avslutas med att du i *ett* diagram, på lämpligt sätt, avsätter svängningstiden T som funktion av samtliga variabler så att dimensionslösa konstanter kan bestämmas.

Uppgift 1 Svängande stavar

En stav som är fastspänd i ena änden sätts i svängning. Din uppgift är att undersöka vilka faktorer som påverkar stavens svängningstid. Uppgiften är löst när du redovisat ett analytiskt uttryck som gäller för en godtycklig fastspänd svängande stav. I redogörelsen ska ingå ett diagram i vilket svängningstiden är avsatt som funktion av *samtliga* ingående variabler.



Utrustning Bänk för fastspänning av stavar, tidmätningssystem, måttband, skjutmått samt stavar av följande material och med följande **ungefärliga** mått – du måste alltså **mäta samtliga stavar** för att få exakta mått:

Stål, bredd×tjocklek	Aluminium, bredd×tjocklek	Mässing, bredd×tjocklek
25 mm × 5 mm	30 mm × 5 mm	40 mm × 8 mm
14 mm × 3 mm		
40 mm × 8 mm		
40 mm × 6 mm		
30 mm × 5 mm		
25 mm × 6 mm		
25 mm × 3 mm		
25 mm × 8 mm		

Observera att bredd och tjocklek på samtliga stavar måste mätas och måtten anges med större noggrannhet än i tabellen ovan.

Uppgift 2 Svängande fjädrar

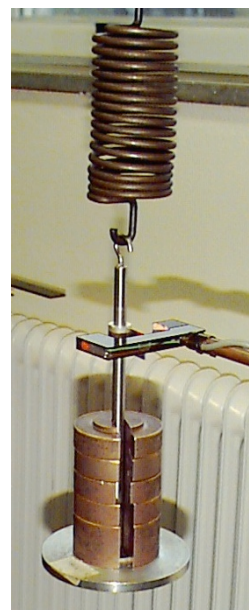
En i övre änden fastspänd fjäder belastas med en vikt och sätts i svängning. Din uppgift är att undersöka vilka olika faktorer som påverkar svängningstiden. Uppgiften är löst när du redovisat ett analytiskt uttryck som gäller för

en godtycklig fjäder med godtycklig belastning. I redogörelsen ska ingå ett diagram i vilket svängningstiden är avsatt som funktion av samtliga ingående variabler.

Utrustning Stativ för upphängning av fjäder, tidmätningssystem, skjutmått, vikter (0,50 kg och 1,00 kg), upphängningsanordning för vikterna (denna väger 0,50 kg) samt fjädrar av stål med följande *ungefärliga* data:

Fjäderdiameter/mm	Tråddiameter/mm	Antal varv
35	3	13
60	3	7
60	3	7
35	4	14
40	4	10
50	4	15
60	4	12
60	5	9
60	5	9
60	5	12
60	5	17
60	6	16

Observera att diameter och tråddiameter på samtliga fjädrar måste mätas och måtten anges med större noggrannhet än i tabellen ovan.



Laborationsredogörelse

Efter denna laboration ska du bara lämna in en kort redogörelse. Den ska innehålla svar på frågorna och redogöra för det som nämns i punkterna nedan. Tabellerna och diagrammen ska vara skrivna/ritade enligt alla kons-tens regler (finns under rubriken *Experimentell metodik* i avsnittet som kallas *Labintröduktion*).

1. Vilka storheter antar ni (inledningsvis) kommer att påverka periodtiden för svängningen?
2. Är det möjligt att stryka någon av dessa storheter utan att göra något experiment? Varför?
3. Redovisa din produktansats och det ekvationssystem som en dimensions-analys leder fram till.
4. Redogör för vilka storheter ni väljer att variera och varför.
5. Redovisa *samtliga* mätdata i tabell- och diagramform.
6. Bestäm det fullständiga uttrycket genom att rita det slutliga diagrammet (med hjälp av *samtliga* mätpunkter) och bestämma den dimensionslösa kon-stanten