

Laborationsregler

Förberedelser

Läs (i god tid före laborationstillfället) igenom laborationsinstruktionen och de teoriavsnitt som laborationen behandlar. Till varje laboration finns ett antal förberedelseuppgifter. Dessa ska lösas av varje laborant och lämnas till laborationshandledaren vid laborationens början. **Glöm inte att ta med räk-nare till laborationen.**

Laborationen

Handledaren är skyldig att avvisa elever som kommer för sent eller är dåligt förberedda. (Eftersom inga restlaborationer ges, är möjligheten att ta igen ett missat laborationstillfälle liten.)

Säkerhet

Var försiktig med elektricitet, laserstrålar, kemikalier osv.

Ytterkläder får av säkerhetsskäl inte förvaras vid laborationsuppställningarna.

Missade laborationstillfällen

Om du på grund av sjukdom är förhindrad att delta i en laboration skall du **innan laborationens början** sjukanmäla dig på nedanstående telefonnummer. Institutionen försöker då att i mån av plats tillfälligt placera in dig i en annan laborationsgrupp.

Kerstin Nilsson (utbildningsadministratör kurslab fysik LTH) 046-222 76 65

Laborationsredovisning

De olika laborationerna ska redovisas på olika sätt (se förteckning nedan). Gemensamt för alla skriftliga redovisningar är ett tryckt försättsblad (som delas ut av laborationshandledaren), där laborationens namn, namn på laboranten, handledarens namn samt datum för utförandet och inlämningen fylls i. Skriftliga rapporter (utan frågeformulär) **måste** skrivas på dator.

Redovisningskrav

Varje student ansvarar för sin egen rapport. Nedan följer en sammanfattning av redovisningskraven.

Svängande fjädrar eller svängande stavar. En kortfattad skriftlig rapport som innehåller det bestämda sambandet tillsammans med dimensionsanalysen. Till rapporten fogas ett diagram som sammanfattar mätningarna och bestämmer den dimensionslösa konstanten.

Kretsprocesser. Utförlig skriftlig rapport.

Dopplerradar. Beräkningar och svar på frågor redovisas på frågeformulär.

Ljusets böjning och interferens. Utförlig skriftlig rapport.

Geometrisk optik. Beräkningar, konstruktioner och svar redovisas på frågeformulär.

Fotoelektrisk effekt. Kortfattad rapport. Bestämning av mätvärden med godkänd noggrannhet. Beräkningar och diagram redovisas.

Vätespektrum. Kortfattad rapport. Svar på frågor, beräkningar och diagram redovisas. Kort beskrivning av olika typer av ljuskällor redovisas.

Joniserande strålning. Kortfattad rapport. Bestämning av mätvärden med godkänd noggrannhet. Beräkningar och diagram redovisas.

Inlämning av skriftlig redovisning

Laborationsrapporten ska lämnas i handledarens fack (finns i trapphuset på H200-planet) inom en vecka efter laborationstillfället. Handledaren kommer då (inom en vecka från laborationstillfället) att lämna tillbaka rapporten antingen godkänd eller icke godkänd. Är rapporten icke godkänd ska den snarast kompletteras enligt handledarens anvisningar. Lämna alltid in originalrapporten tillsammans med eventuella korrekationer/kompletteringar.

Lycka till med laborationskursen!

Experimentell metodik

Storheter, mätetal och enheter

En fysikalisk storhet är en egenskap som kan mätas eller beräknas. En storhet är produkten av mätetal och enhet.

Exempel 1: Elektronens massa är $m = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg.

$$\underbrace{m}_{\text{storhets-}} = \underbrace{9,109 \cdot 10^{-31}}_{\text{mätetal}} \underbrace{\text{kg}}_{\text{enhets-}}$$

I vårt måttssystem (SI) finns 7 grundenheter. Se nedanstående tabell. De enheter som följer efter ett mätetal är ofta en kombination av flera grundenheter. En fysikalisk formel ger ett samband mellan storheter men samtidigt måste enheterna alltid vara lika i vänster och höger led (annars är formeln fel). Detta innebär att den kombination av grundenheter som finns i vänsterledet även måste förekomma i högerledet. Det är mest lämpligt att välja enheter som bygger på SI-systemets grundenheter.

Tabell 1 SI-systemets grundenheter. Ingen av de sju grundenheterna kan uttryckas med hjälp av någon eller några av de andra grundenheterna.

| Storhet | SI-enhet | Kortversion |
|-----------------|------------|-------------|
| Längd | 1 meter | 1 m |
| Massa | 1 kilogram | 1 kg |
| Tid | 1 sekund | 1 s |
| Elektrisk ström | 1 ampere | 1 A |
| Temperatur | 1 kelvin | 1 K |
| Ljusstyrka | 1 candela | 1 cd |
| Substansmängd | 1 mol | 1 mol |

Ett av fysikens mest kända samband är formeln

$$E = m \cdot c^2$$

där E är energin, m är massan och c är ljushastigheten i vakuum. I SI-systemet är enheten för högerledet $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$. Enheten för vänsterledet är $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ precis som väntat.

Om dimensionslösa storheter

Det är alltid av värde att göra en "enhetskontroll" när man är färdig med en beräkning. På så sätt upptäcker man lätt eventuella fel i de samband man använt. Dessutom minskar sannolikheten för feltolkning av prefix och tio-potenser.

Fysikaliskt kan man också uttrycka detta som att vänster- och högerled ska ha samma dimension. Om vänsterledet i ett uttryck har dimensionen "längd/tid" (= hastighet) så ska också högerledet ha det. Då båda leden uttrycks i SI-enheter medför en enhetskontroll att det står "meter per sekund" såväl till höger som till vänster om likhetstecknet.

Det finns fysikaliska storheter som är *dimensionslösa*. Dessa uppträder när vi definierar en storhet som en kvot mellan två storheter med samma dimension. Låt oss ta ett exempel. Vinkeln θ definieras som kvoten mellan cirkelbågens längd s , och radien r enligt

$$\theta = \frac{s}{r}$$

Då både s och r har dimensionen "längd" innebär detta att enheten för vinkel är "m/m" dvs. 1. Men alla vet ju att vi kallar enheten för radianer. Vi sätter alltså ett namn efter mätetalet trots att det egentligen inte behövs, eftersom det inte representerar någon av fysikens grunddimensioner.

Eftersom cirkelns omkrets är $2\pi r$ blir

$$\theta_{\text{ett varv}} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

ett mått på hur stort "ett varv" är. Vi säger att ett varv motsvarar 2π radianer.

Det finns fler dimensionslösa storheter som har en enhet. Titta t ex på uttrycket för ljudintensitetsnivå.

$$L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$$

Här är I och I_0 två intensiteter (med SI-enheten 1 W/m^2). Kvoten blir förstås dimensionslös och enheten lika med 1. Det senare är, som vi strax ska se, nödvändigt för att vi ska kunna logaritmera.

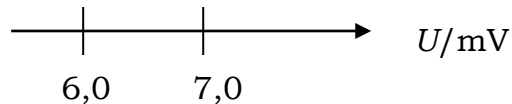
Högerledet (och därmed vänsterledet) är alltså dimensionslöst. Trots detta uttrycker vi ljudintensitetsnivåer i "1 decibel", en "enhet" som alltså bara ska betraktas som ett namn.

Allmänt om tabeller och diagram

För diagramritning finns ett antal regler som skall uppfyllas.

1. För att underlätta inritning av punkterna i ett diagram och för att underlätta avläsning ur diagrammet, så skall diagramskalorna väljas så att 1 cm motsvarar 1 eller 2 eller 5 (eller tiopotenser av 1 eller 2 eller 5). Exempelvis kan 1 cm på diagramaxeln motsvara 1 V, 2 V eller 5 V. På diagramaxlar och i tabeller skiljer vi storheten och enheten med ett bråkstreck enligt följande exempel där storheten exemplifieras med spänning U :

Diagramaxel:



Tabellhuvud:

| U/mV |
|--------|
| 6,0 |
| 7,0 |

Detta kan inte missförstås, ty $\frac{U}{mV} = 6,0$ innebär att $U = 6,0 \text{ mV}$.

2. Låt den linje eller den kurva du ritar uppfylla diagrammet på ett "bra" sätt genom att göra avbrott på diagramaxlarna. Origo behöver inte alltid finnas med.

3. Markera mätpunkterna med ett "plustecken" (+) eller med en "ring" (o) och rita, i förekommande fall, in felgränserna.

4. Anslut en rät linje eller en så jämn kurva som möjligt till mätpunkterna. Använd **alltid** linjal.

5. Tänk på att använda ovanstående regler även när du använder ett grafritningsprogram i datorn.

6. Vid avläsning ur diagrammet skall du använda den inritade kurvan, eller räta linjen, som är en approximation av dina mätpunkter. **Använd aldrig mätvärdena för vidare beräkningar eftersom det försämrar noggrannheten.**

Olika typer av skalor i diagram

För att testa olika hypoteser om funktionssamband är det lämpligt att vid diagramritning välja variabler på axlarna, så att det förväntade sambandet blir en rät linje. I detta avsnitt beskrivs några sådana metoder.

Räta linjen

Räta linjens ekvation är $y = k \cdot x + m$, där k och m är konstanter. Grafen (y avsatt mot x) blir en rät linje med riktningskoefficient k . För att bestämma k

för en rät linje i ett diagram behövs två punkter på den räta linjen, $(x_1; y_1)$ och $(x_2; y_2)$, vilket ger

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Därefter fås m ur den räta linjens ekvation eller som linjens skärning med y -axeln. Observera att derivatan av den räta linjens ekvation blir riktningskoefficienten k .

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(k \cdot x + m) = k$$

Om $m = 0$ så har vi $y = k \cdot x$ och vi säger att y är *proportionell mot* x . Vi skriver detta som $y \sim x$.

Omskrivning av funktionssamband

Då ett samband mellan två variabler inte är linjärt kan man i vissa fall välja nya variabler på diagramaxlarna så att mätpunkterna ändå följer en rät linje. Om t.ex. $y = 3 \cdot x^2$ kan man välja att sätta av y som funktion av x^2 . Man får då en rät linje vars riktningskoefficient är 3. Ofta räcker det inte att välja nya variabler utan funktionssambandet måste först skrivas om. Följande exempel avser att illustrera metoden.

Exempel 2: Två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal, z och r . Man vill testa hypotesen att

$$z = a + b \cdot r^m$$

där a , b och m är konstanter och m är känd. I diagram bör man då sätta av z som funktion av r^m dvs. z på "y-axeln" och r^m på "x-axeln". Om hypotesen är riktig hamnar mätpunkterna på en rät linje i diagrammet. Vidare kan konstanterna a och b bestämmas med hjälp av diagrammet. a är skärningen med y -axeln (värdet på z då r^m är lika med noll) och b är linjens riktningskoefficient.

Exempel 3: Två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal, z och r . Man vill testa hypotesen att

$$z = \frac{a}{r} + b \cdot r$$

där a och b är konstanter och $r \neq 0$. Sambandet kan skrivas om som

$$z \cdot r = a + b \cdot r^2.$$

I diagram bör man då sätta av $z \cdot r$ som funktion av r^2 dvs. $z \cdot r$ på "y-axeln"

och r^2 på "x-axeln". Om hypotesen är riktig ger detta en rät linje i diagrammet och konstanterna a och b fås enligt

$$b = \frac{(\chi \cdot r)_2 - (\chi \cdot r)_1}{r_2^2 - r_1^2}$$

och t ex gäller att

$$a = (\chi \cdot r)_2 - b \cdot r_2^2.$$

där index 1 respektive 2 refererar till två punkter som har lästs av på den räta linjen i diagrammet.

Omskrivning av $z = a \cdot r^b$. Alla samband mellan två uppsättningar mätetal som kan skrivas på formen

$$z = a \cdot r^b,$$

där a och b är konstanter, ger en rät linje i ett diagram där $\log z$ sätts av som funktion av $\log r$. Logaritmering av sambandet ger

$$\underbrace{\log z}_{y} = \underbrace{b}_{k} \cdot \underbrace{\log r}_{x} + \underbrace{\log a}_{m}$$

Jämför med räta
linjens ekvation:

$$y = k \cdot x + m$$

Konstanten b fås som riktningskoefficienten enligt

$$b = \frac{\log z_2 - \log z_1}{\log r_2 - \log r_1}$$

Konstanten a bestäms genom att man väljer en punkt på den räta linjen ($\log r_1 ; \log z_1$). Eftersom b är känd så fås a ur

$$\log z_1 = b \cdot \log r_1 + \log a \quad \text{eller} \quad z_1 = a \cdot r_1^b$$

Det är viktigt att poängtera att z och r representerar *mätetal*. Vi kan alltså bara logaritmera något som är dimensionslöst, har enheten 1. Logaritmerade mätetal ska i en tabell redovisas med ett tabellhuvud enligt modellen "log(storhet/enhet)", t. ex. log(U/mV). På samma sätt markeras diagramaxlar då vi avsätter logaritmerade mätetal i ett diagram. Detta kan aldrig missförstås eftersom storhet/enhet = mätetal.

Omskrivning av $z = a \cdot e^{b \cdot r}$. Alla samband mellan två uppsättningar mätetal som kan skrivas på formen $z = a \cdot e^{b \cdot r}$ där a och b är konstanter, ger en rät linje i ett diagram där $\log z$ sätts av som funktion av r . (Basen e kan ersättas med vilken bas som helst).

Logaritmering av sambandet ger

$$\underbrace{\log z}_y = \underbrace{(b \cdot \log e)}_k \cdot \underbrace{r}_x + \underbrace{\log a}_m$$

Jämför med räta linjens ekvation:

$$\underbrace{y}_y = \underbrace{k}_k \cdot \underbrace{x}_x + \underbrace{m}_m$$

$(b \cdot \log e)$ fås som riktningskoefficienten enligt

$$b \cdot \log e = \frac{\log z_2 - \log z_1}{r_2 - r_1}$$

Konstanten a bestäms genom att man väljer en punkt på den räta linjen och läser av $(r_1 ; \log z_1)$. Eftersom b är känd så erhålls a ur

$$\log z_1 = (b \cdot \log e) \cdot r_1 + \log a \quad \text{eller} \quad z_1 = a \cdot e^{b \cdot r_1}$$

Anmärkning: Enklast blir logaritmeringen ovan om man väljer basen e , eftersom $\ln e = 1$.

Exempel 4: Två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal z och r . Man vill testa hypotesen att

$$z = a \cdot e^{b/r}$$

där a och b är konstanter. Logaritmering ger

$$\ln z = \ln a + b \cdot \frac{1}{r}$$

I diagram bör man sätta av $\ln z$ som funktion av r^{-1} . Riktningskoefficienten b fås som

$$b = \frac{\ln z_2 - \ln z_1}{\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}}$$

och konstanten a fås genom insättning i funktionssambandet

$$a = \frac{z_1}{e^{b/r_1}}$$

Exempel 5: Sambandet mellan två fysikaliska storheter mäts och ger en uppsättning mätetal z och r . Resultatet blir

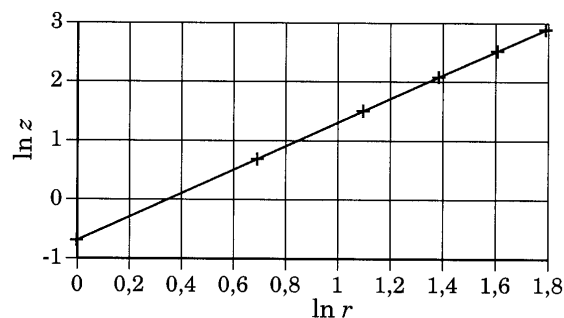
| r | z |
|-----|------|
| 1,0 | 0,5 |
| 2,0 | 2,0 |
| 3,0 | 4,5 |
| 4,0 | 8,0 |
| 5,0 | 12,5 |
| 6,0 | 18,0 |

Bestäm sambandet mellan z och r .

Lösning: Att sambandet inte är linjärt syns direkt om z sätts av mot r . För att kunna dra slutsatser om sambandet måste vi få en rät linje i ett diagram och provar därför att logaritmera mätvärdena. Utöka tabellen med kolumner för $\ln r$ och $\ln z$.

| r | z | $\ln r$ | $\ln z$ |
|-----|------|---------|---------|
| 1,0 | 0,5 | 0,000 | -0,693 |
| 2,0 | 2,0 | 0,693 | 0,693 |
| 3,0 | 4,5 | 1,099 | 1,504 |
| 4,0 | 8,0 | 1,386 | 2,079 |
| 5,0 | 12,5 | 1,609 | 2,526 |
| 6,0 | 18,0 | 1,792 | 2,890 |

Avsätt $\ln z$ som funktion av $\ln r$ i ett diagram på vanligt mm-papper. Se figur 1.



Figur 1 $\ln z$ avsatt mot $\ln r$ ger en rät linje, vilket visar att sambandet är $z = a \cdot r^b$.

Punkterna ligger på en rät linje vilket innebär att sambandet är av typen

$$z = a \cdot r^b$$

där a och b är konstanter. Logaritmering ger

$$\ln z = b \cdot \ln r + \ln a.$$

Jämför med $y = k \cdot x + m$. Avläsning på linjen ger oss två punkter t ex

(1,80 ; 2,90) och (0,00 ; -0,69). Riktningskoefficienten b blir då

$$b = \frac{\ln z_2 - \ln z_1}{\ln r_2 - \ln r_1} = \frac{2,90 - (-0,69)}{1,80 - 0} = 1,99 \approx 2$$

och a erhålls genom insättning

$$\ln a = \ln z_2 - b \cdot \ln r_2 = 2,90 - 2 \cdot 1,80 = -0,70 \Rightarrow a = 0,50$$

Svar: Det sökta sambandet är $z = 0,5 \cdot r^2$.

Om diagramritning på dator

I ovanstående exempel har vi förutsatt att diagrammen ritas för hand (på mm-papper). Om antalet mätvärden inte är alltför stort, är detta ofta enkelt och effektivt. Med hjälp av en räknare går det snabbt att plocka fram ekvationen för den räta linje som bäst ansluter till mätpunkterna. Detta blir oftast bättre än när ögat ska avgöra linjens lutning.

Vill man använda datorn för att rita diagram, gäller det att vara uppmärksam på hur datorn hanterar skalor och mätvärden. Program som Matlab fungerar bra, eftersom du med några enkla kommandon själv styr hur inprickning av mätpunkter och eventuell anpassning av räta linjer ska se ut. Problemet med Matlab är att erhålla grafiskt tilltalande diagram (som också är formellt korrekta). Att rita diagram i Excel är vanskligt. Programmet är varken anpassat för naturvetenskapliga eller matematiska behov, och mycket kan därför bli helt fel.

Enhetsanalys

Enhetsanalys är i första hand ett nyttigt verktyg för att *kontrollera samband*. Enheterna i vänsterledet och högerledet i ett fysikaliskt samband måste alltid vara lika annars är sambandet fel. Det kan ofta vara en bra kontroll efter man gjort omskrivningar av ett fysikaliskt uttryck.

Enhetsanalys kan också användas för att *hitta samband mellan storheter*. Då ser arbetsgången ut så här:

1. Välj ut de fysikaliska storheter som kan tänkas ingå i sambandet.
2. Gör en ansats om hur sambandet ser ut.
3. Gör en enhetsanalys med hjälp av SI-systemets grundenheter.
4. Gör mätningar.

När man letar samband med hjälp av enhetsanalys måste man alltså först göra en ansats som man sen testar. Man vet inte på förhand om ansatsen är riktig eller inte. Det är därför inte ovanligt att man måste göra om stegen 1-4 flera gånger innan man till sist hittar sambandet.

Produktansats

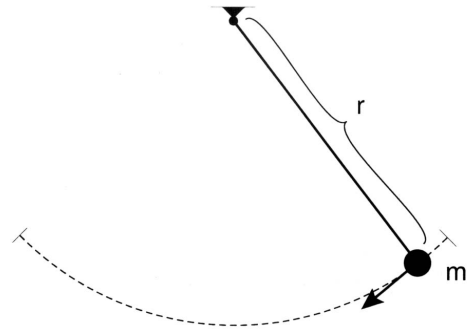
Det allmänna uttrycket för en produkt – där u beror av a , b och c är

$$u = k \cdot a^x \cdot b^y \cdot c^z$$

där k är en dimensionslös konstant och x , y och z är obekanta som skall bestämmas så att vänsterledet och högerledet får samma enhet.

Exempel 6 Man vill bestämma svängningstiden för en liten kula som är upphängd i ett snöre (en s k plan pendel). Se figuren.

Om problemet skall lösas med hjälp av dimensionsanalys börjar vi med att göra ett antagande. Vi "gissar" att svängningstiden T beror på snörets längd r , kulans massa m och tyngdaccelerationen g . Vi gör sen en tabell med storheter, beteckningar och SI-enheter.



| Storhet | Beteckning | SI-enhet |
|---------------------|------------|---------------------|
| Svängningstid | T | 1 s |
| Snörets längd | r | 1 m |
| Kulans massa | m | 1 kg |
| Tyngdaccelerationen | g | 1 m·s ⁻² |

Som en första hypotes kan vi pröva med en produktansats. Det ger sambandet

$$T = k \cdot r^x \cdot m^y \cdot g^z$$

där k är en dimensionslös konstant. Med hjälp av enheterna ger det

$$1 \text{ s} = 1 \cdot \text{m}^x \cdot \text{kg}^y \cdot \text{m}^z \cdot \text{s}^{-2z}$$

Eftersom tre enheter ingår och likheten skall gälla för var ger det upphov till tre ekvationer:

$$\begin{array}{ll} \text{s:} & \text{s}^1 = \text{s}^{-2z} & 1 = -2z \\ \text{kg:} & 1 = \text{kg}^0 = \text{kg}^y & 0 = y \\ \text{m:} & \text{m}^0 = \text{m}^x \text{m}^z & 0 = x + z \end{array}$$

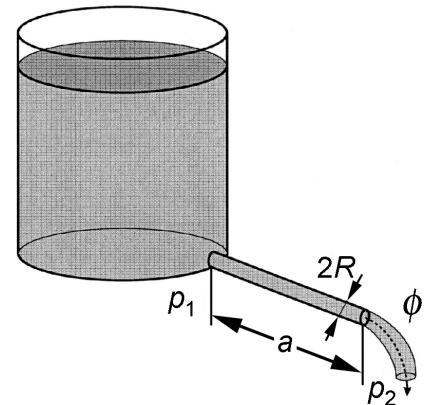
Ekvationssystemet har lösningen $x = 0,5$, $y = 0$ och $z = -0,5$. Lägg märke till att exponenten y blev noll på grund av att det bara fanns en storhet som innehöll dimensionen massa. Enhetsanalysen ger således uttrycket

$$T = k \cdot r^{0,5} \cdot m^0 \cdot g^{-0,5} = k \sqrt{\frac{r}{g}}$$

Detta uttryck måste testas genom mätningar. Det bästa sättet att göra detta är att låta alla storheter variera och i ett diagram studera T för olika värden på $\sqrt{r/g}$. Är hypotesen riktig ger diagrammet en rät linje som passerar origo. Den enhetslösa konstanten k bestäms då av den räta linjens riktningskoefficient. Bestämning av denna ger att k är 6,3. Teoretiskt kan man visa att $k = 2 \cdot \pi$.

Exempel 7. Vätskan i en behållare skall tömmas ut genom ett smalt horisontellt rör. Se figuren. Sök ett uttryck för flödet (transporterad volym per tidsenhet) genom röret.

Vi börjar med att skriva ner vilka storheter som vi tror påverkar flödet genom röret.



| Storhet | Beteckning | Enhet |
|---------------|-------------|--|
| Flöde | ϕ | $1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ |
| Tryckskillnad | $p_1 - p_2$ | $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ |
| Rörets längd | a | 1 m |
| Rörets radie | R | 1 m |
| Viskositet | η | $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ |

Vi försöker med en produktansats som får följande utseende

$$\phi = k \cdot (p_1 - p_2)^x \cdot a^y \cdot R^z \cdot \eta^u$$

där k är en dimensionslös konstant. Skrivet med hjälp av enheter ger det

$$1 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ kg}^x \cdot \text{m}^{-x} \cdot \text{s}^{-2x} \cdot \text{m}^y \cdot \text{m}^z \cdot \text{kg}^u \cdot \text{m}^{-u} \cdot \text{s}^{-u}$$

Eftersom det ingår tre enheter (kg, m och s) får vi tre ekvationer.

$$\text{s:} \quad -1 = -2x - u$$

$$\text{kg:} \quad 0 = x + u$$

$$\text{m:} \quad 3 = -x + y + z - u$$

Ekvationssystemet har lösningen

$$x = 1$$

$$z = 3 - y$$

$$u = -1$$

Eftersom det ingick fyra obekanta och tre enheter går det inte att lösa ut alla obekanta. Nästa steg blir att göra en mätserie där exempelvis flödet ϕ mäts för olika värden på rörlängden a . En sådan mätserie visar att

$$\phi = \text{konstant} \cdot a^{-1,0}$$

Således är $y = -1$ (och $z = 4$) och uttrycket kan skrivas

$$\phi = k \cdot (p_1 - p_2)^1 \cdot a^{-1} \cdot R^4 \cdot \eta^{-1} = k \frac{(p_1 - p_2)}{a\eta} R^4$$

För att testa sambandet görs en mätserie där alla storheter varieras. I ett diagram ritas ϕ för olika värden på $(p_1 - p_2) \cdot a^{-1} \cdot R^4 \cdot \eta^{-1}$. Eftersom vi får en rät linje i diagrammet verkar vårt antagande (produktansatsen) vara rätt. Ur diagrammet får vi att konstanten k blir ungefär 0,39. Med en teoretisk härledning kan man visa att $k = \pi/8$.