

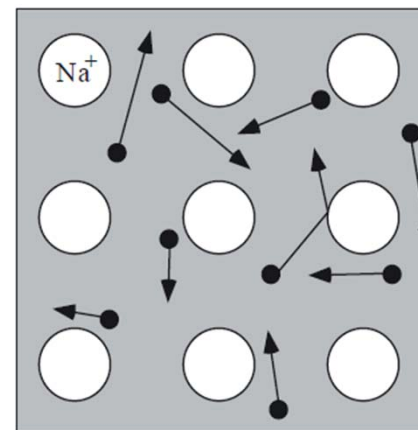
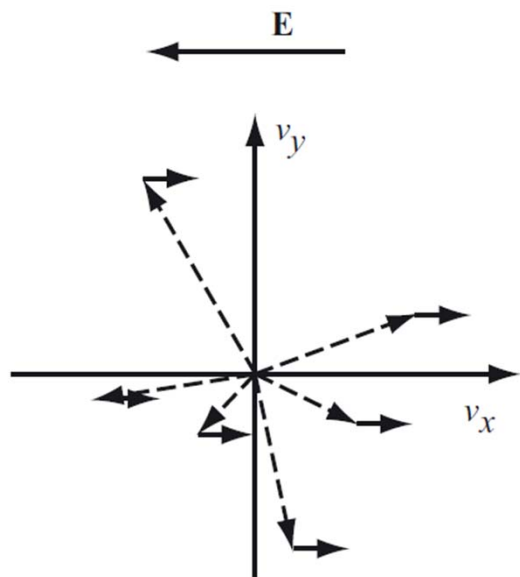
2. Elektronen som partikel (i)

Metaller kan leda ström – antar att det finns rörliga laddningar

Modell: valenselektronerna är inte bundna till sina respektive atomer utan bildar en fri ideal gas.

Klassisk gas:

Termisk hastighet ges av: $\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}mv_{th}^2$



Spridning ger Ohm's lag

$$\mathbf{J} = -ne\mathbf{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad \ell = v_{th} \cdot \tau$$

2. Elektronen som partikel (ii)

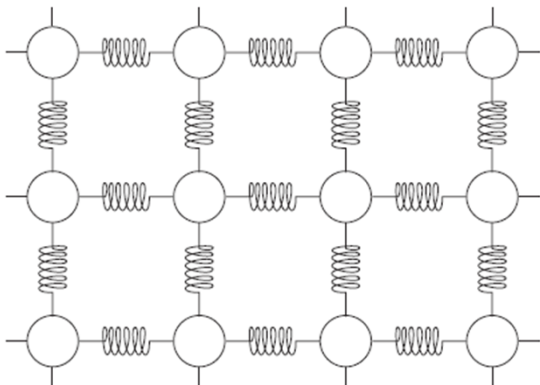
Värmekapacitet

Valenselektroner: Klassisk gasteori

$$E = n_{el} \frac{3}{2} kT \Rightarrow C_V = n_{el} \frac{3}{2} k$$

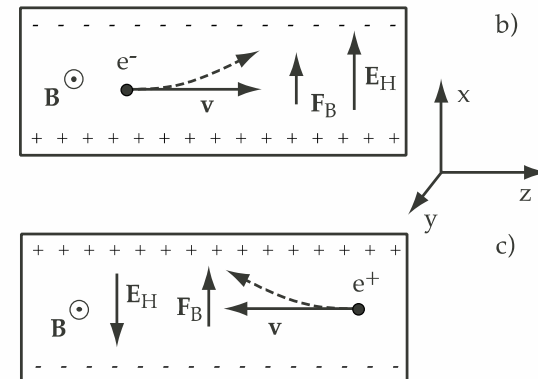
Stämmer inte med experiment
för fasta material

Atomära vibrationer : fjäder-modell
för bindningar



$$E = n_{atom} 3kT \Rightarrow C_V = n_{atom} 3k$$

Stämmer ofta bra med experiment!

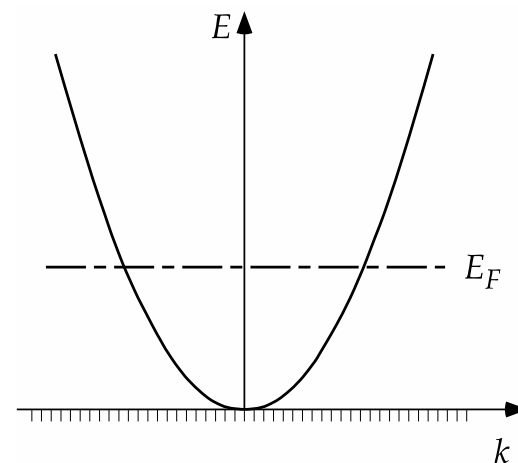
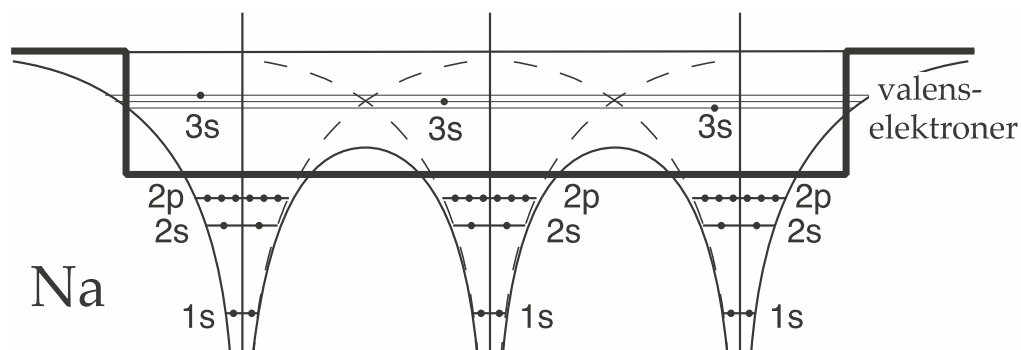


Ger laddningsbärarnas
koncentration och tecken

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

4. Frielektronmodellen (i)

Modell: Tillstånd i en potentialbrunn ($V(x)=0$ i brunnen) + Pauli-principen



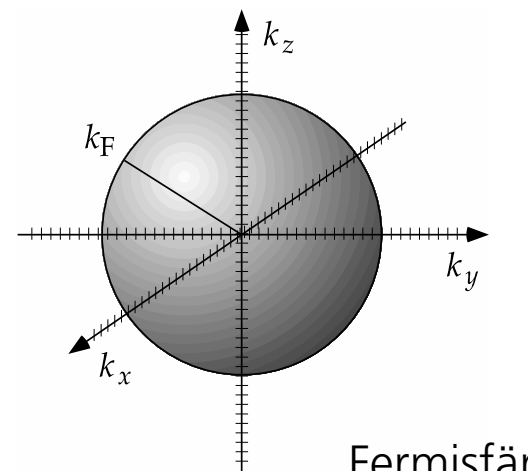
Periodiska randvillkor $\Rightarrow$ Planvågor $\psi(\mathbf{r}) \sim e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}$

$$E = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \quad k_i = \frac{2\pi}{L} n_i$$

Tillståndstäthet: antal tillstånd mellan E och $E+dE$

$$Z(E)dE = C \sqrt{E} dE \quad \text{OBS: 3D!}$$

Fermienergi, Fermivågtal

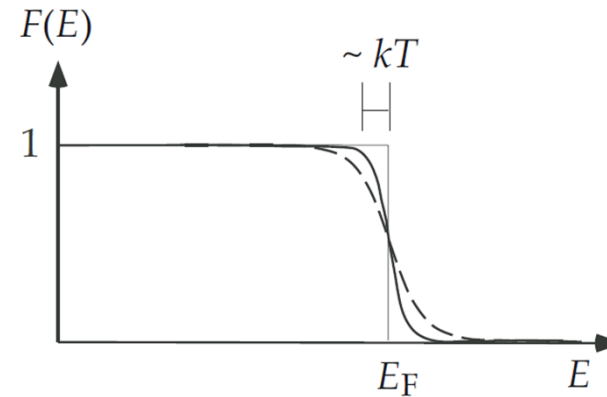


Fermisfär

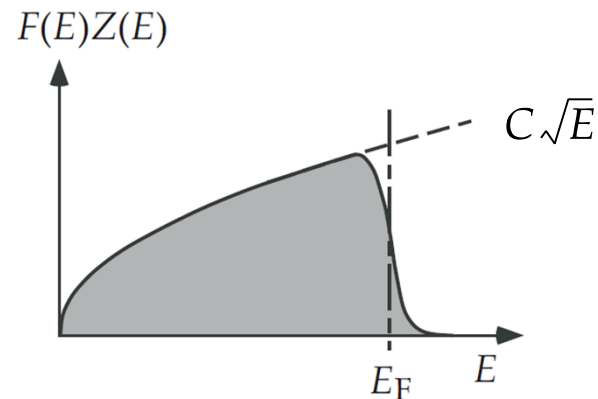
4. Frielektronmodellen (ii)

Fördelningsfunktion som uppfyller Pauli:
Fermi-Dirac-fördelningen

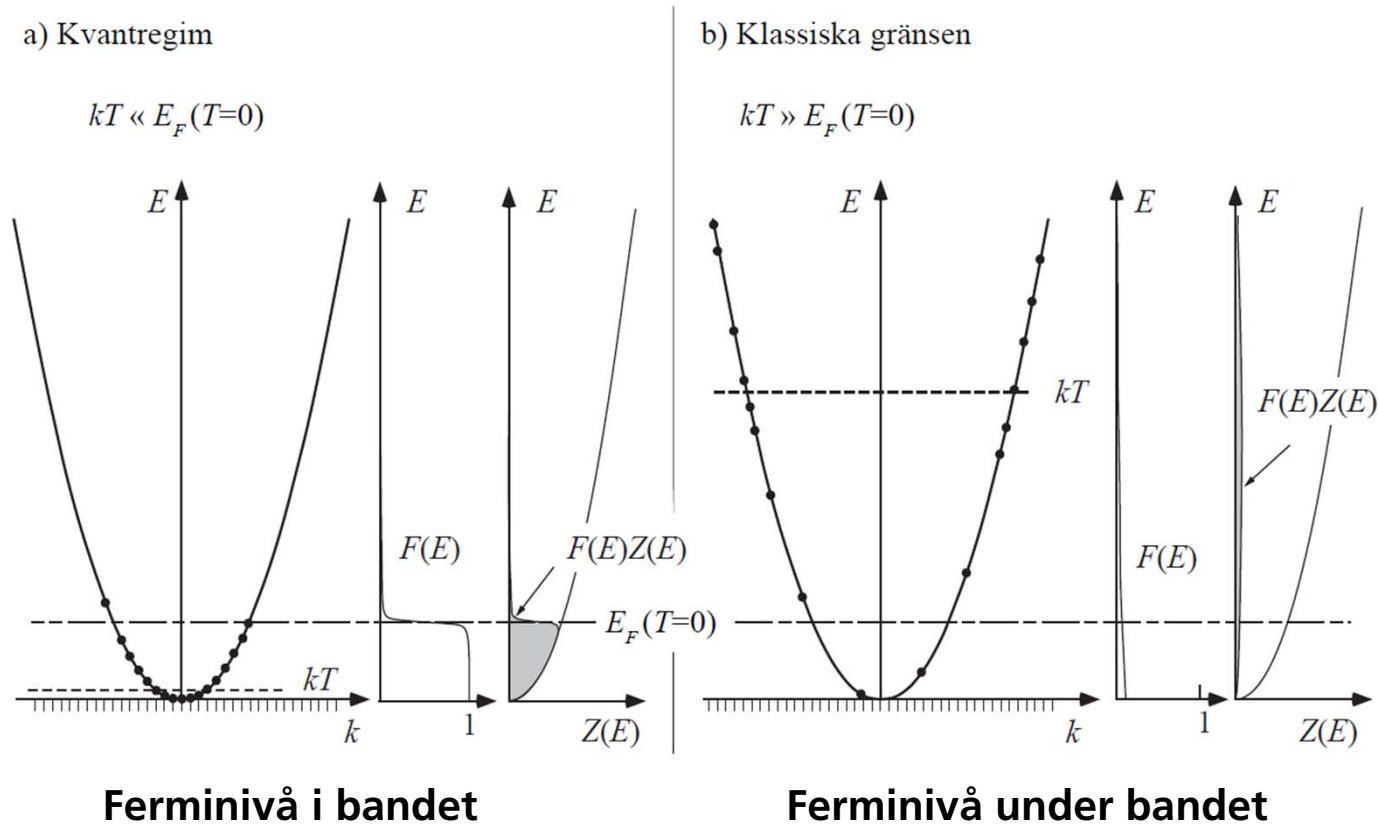
$$F(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F(T))/kT} + 1}$$



Antal elektroner: $N = \int_0^{\infty} Z(E)F(E)dE$
(eller koncentration...)



4. Frielektronmodellen (iii)



Klassisk gräns: $F(E) \ll 1$ för alla E (Ferminivån E_F under lägsta energin)

Metall: Endast elektroner nära E_F kan ändra sin energi då T ändras.

4. Frielektronmodellen (iv)

Rörelseekvation inom frielektronmodellen:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \hbar \frac{d\mathbf{k}}{dt} = \mathbf{F} = -e\mathbf{E}$$

Spridningsprocesser ger

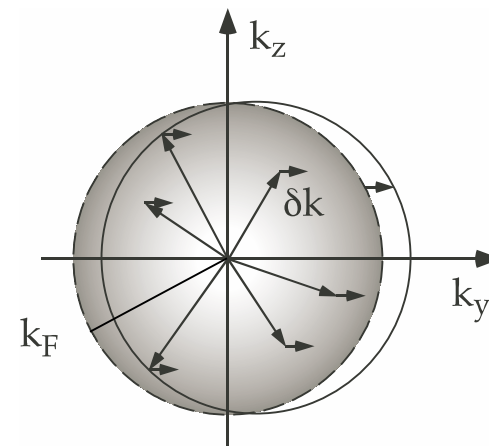
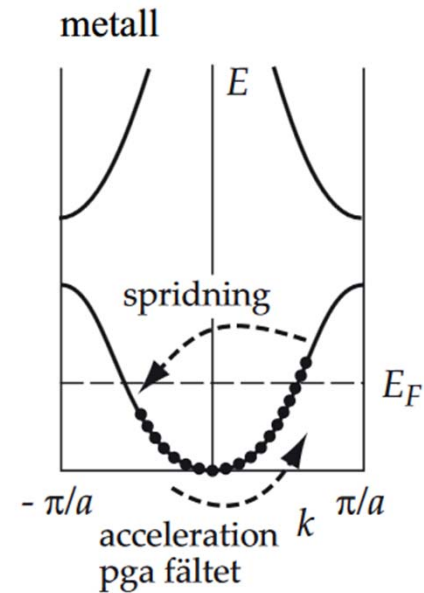
$$\delta \mathbf{k} = -\frac{e\mathbf{E}\tau}{\hbar} = \frac{m}{\hbar} \mathbf{v}_d$$

Fria medelväglängden

$$\ell = v_F \cdot \tau$$

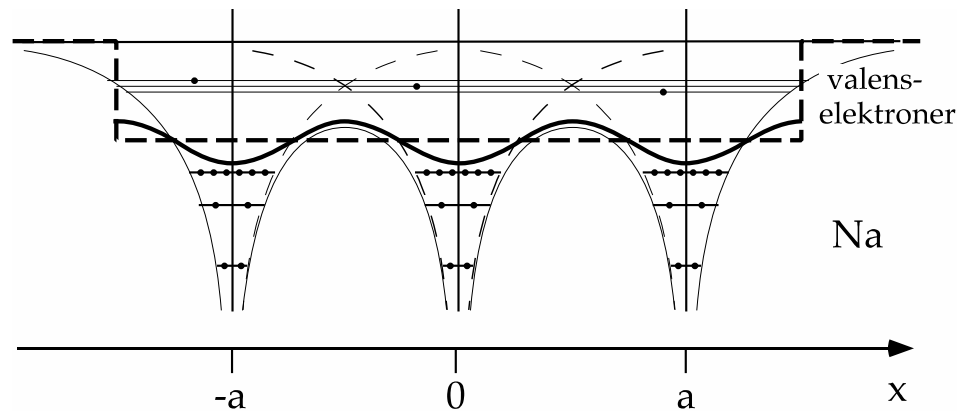
Återfår samma uttryck för Ohms lag:

$$\mathbf{J} = -ne\mathbf{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$$



5. Bandstruktur (i)

Nästan-frielektronmodellen : $V(x)$ periodisk

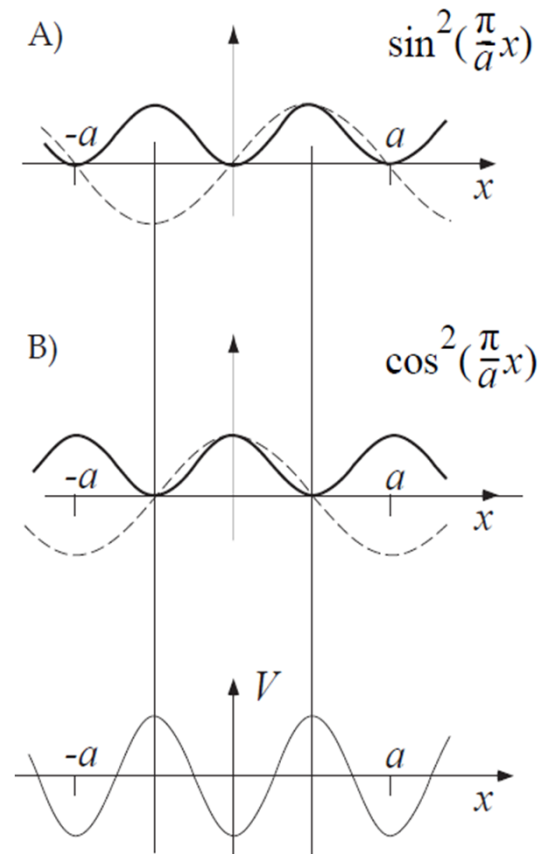


Braggreflektion: planvåg med $k = \frac{\pi}{a}n$.
Braggsprids

=> två möjliga linjärkombinationer:

$$\psi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2L}} \left(e^{i\frac{\pi}{a}x} + e^{-i\frac{\pi}{a}x} \right) = \sqrt{\frac{2}{L}} \cos \frac{\pi}{a}x$$

$$\psi_2(x) = \frac{1}{\sqrt{2L}} \left(e^{i\frac{\pi}{a}x} - e^{-i\frac{\pi}{a}x} \right) = \sqrt{\frac{2}{L}} i \sin \frac{\pi}{a}x$$



Tillstånd har olika potentiell energi

5. Bandstruktur (ii)

Annat tillvägagångssätt – störningsräkning

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right\} \phi(x) = E \phi(x)$$

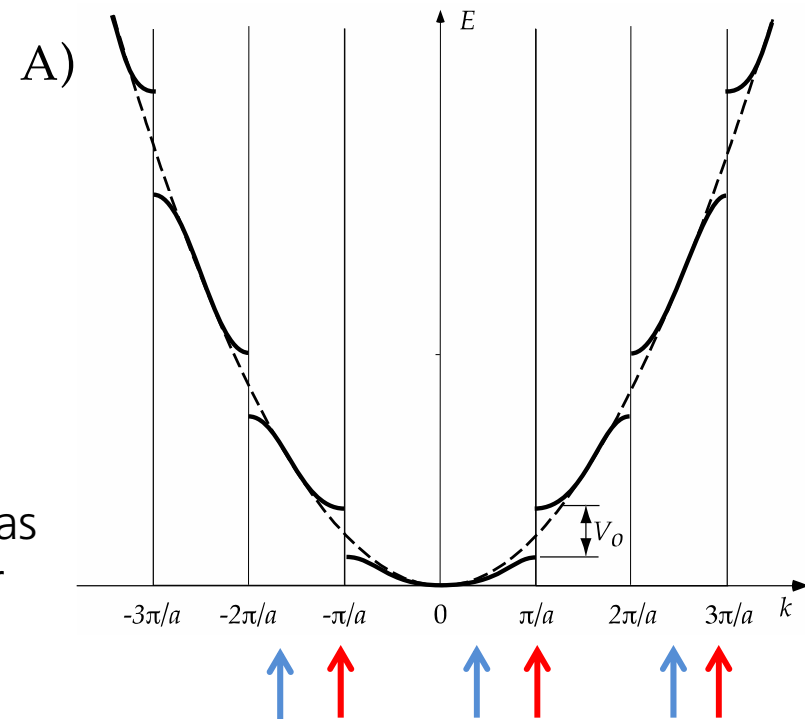
Ensam planvåg (fri-elektrontillstånd)

$$\phi_1^0(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_1 x} \quad \phi_2^0(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_2 x}$$

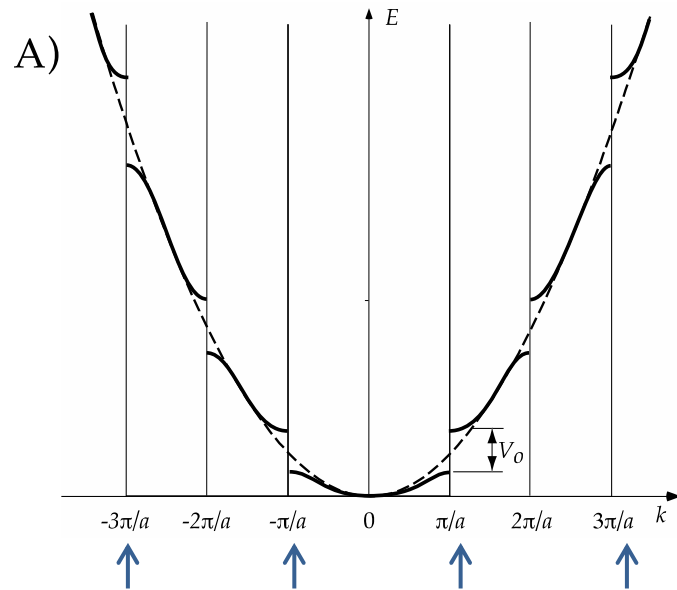
är inte ett egentillstånd i närvaro av $V(x)$.

Ansats: $\phi(x) = c_1 \phi_1^0(x) + c_2 \phi_2^0(x)$

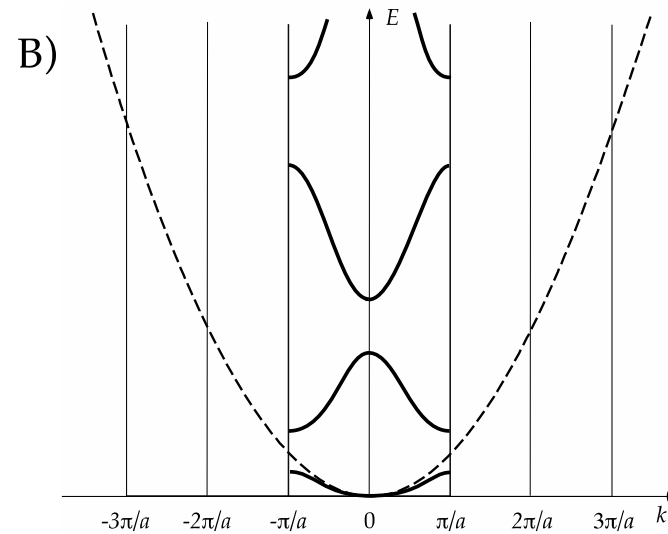
Nya tillstånd – bandtillstånd – kan approximeras som kombinationer av FE-tillstånd vars k skiljer sig med $\frac{2\pi}{a}$



5. Bandstruktur (iii)



1:a Brillouinzone: k mellan $-\pi/a$ och π/a



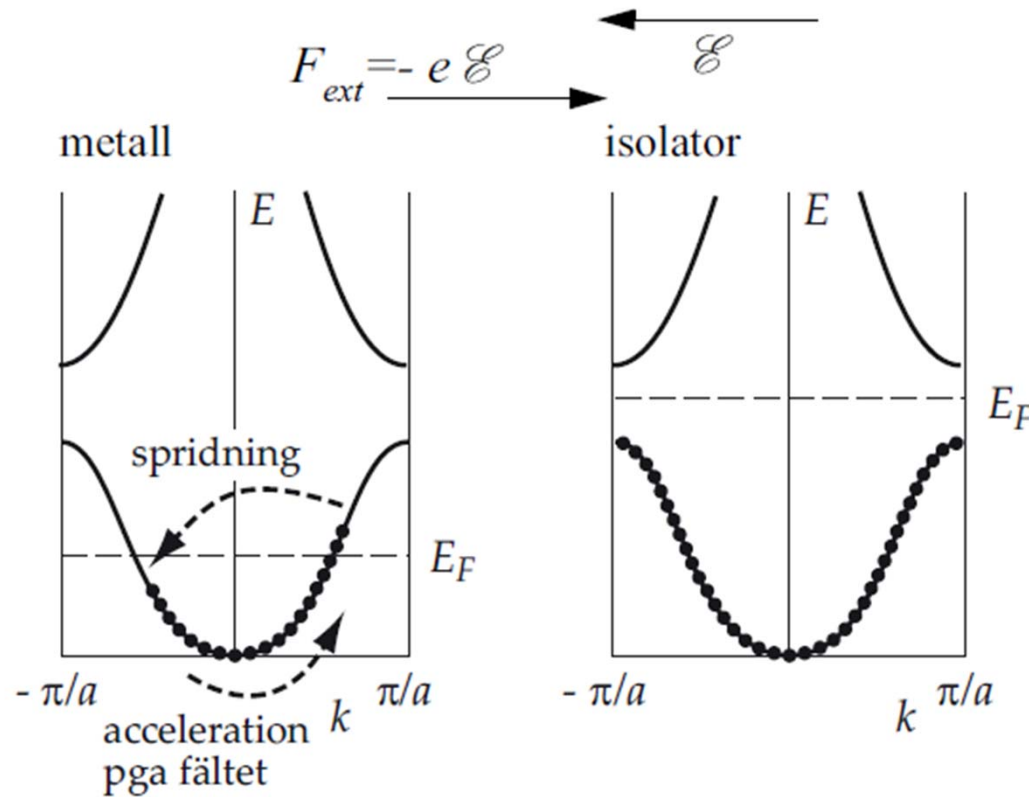
Hela bandstrukturen brukar ritas inom första Brillouinzone

5. Bandstruktur (iv)

Grupphastighet:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k}$$

$$p \neq \hbar k ; \langle p \rangle = m v_g$$

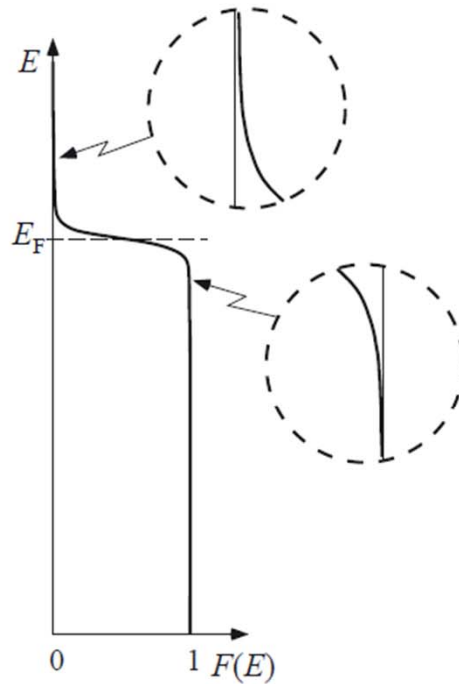
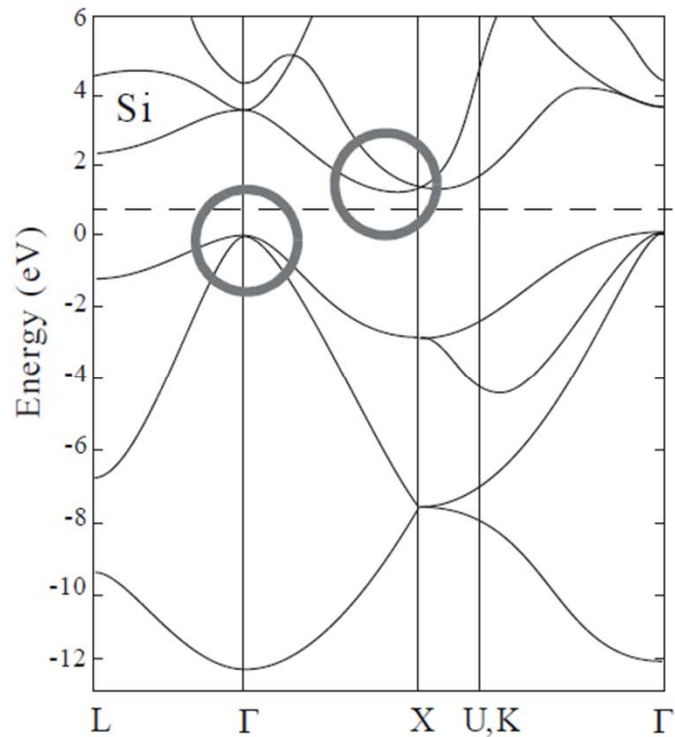


$2N_{\text{atom}}$ tillstånd
per band

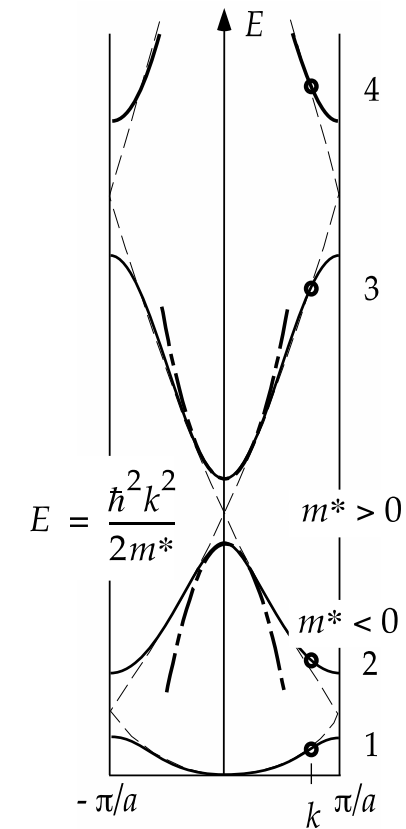
Delvis fyllda band – metall

Helt fyllda/ofyllda band – halvledare/isolator

6. Halvledare (i)



$\uparrow k_z$

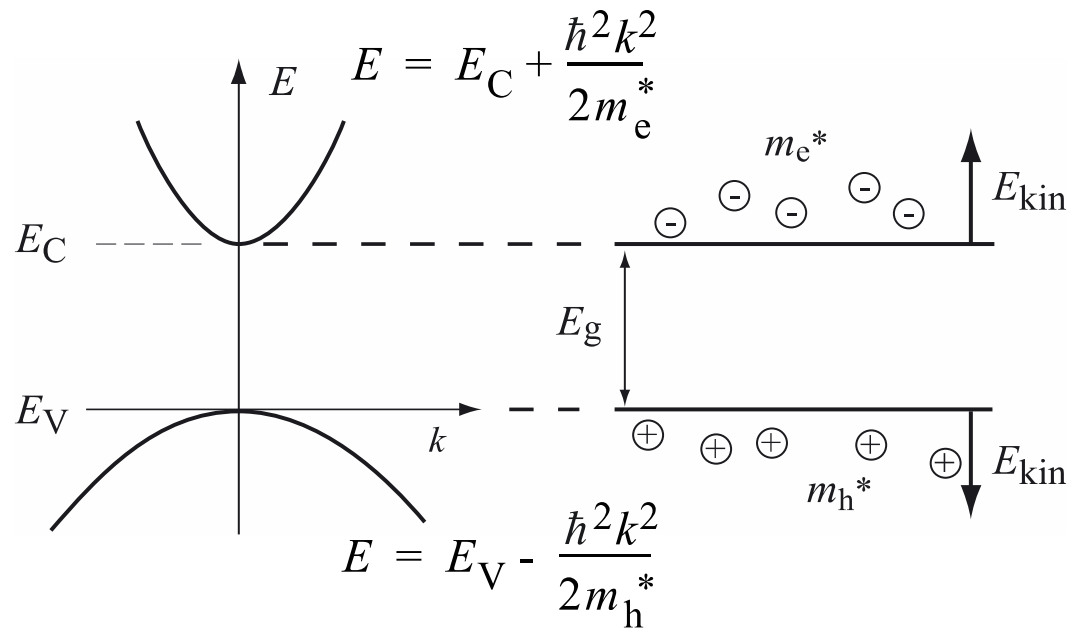


Approximation nära band-
kanterna – E kvadratisk i k

VB helt fullt och CB helt tomt vid $T = 0\text{K}$

Vid $T > 0\text{K}$ är de (få) elektroner som finns i CB och de (få) tomma platserna (hål) i VB våra laddningsbärare.

6. Halvledare (ii)



$$\sigma = \frac{e^2 \tau_e n}{m_e^*} + \frac{e^2 \tau_h p}{m_h^*}$$

Rörelseekvation:

$$\hbar \frac{dk}{dt} = -e\mathcal{E} = F_{\text{ext}}$$

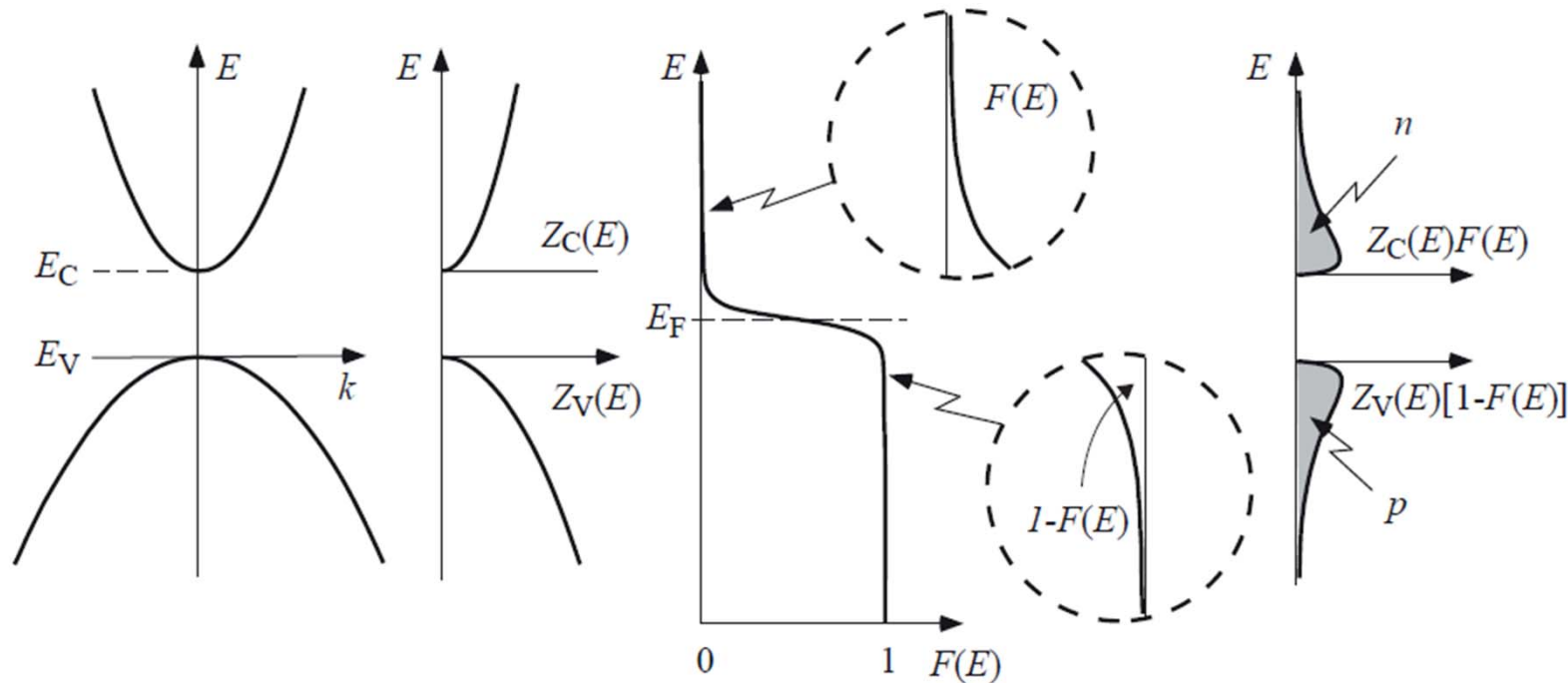
Effektiv massa:

$$\frac{1}{m_e^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$$

$$m^* \frac{dv_g}{dt} = F_{\text{ext}}$$

Elektroner och hål reagerar på yttre kraft **som om** de hade effektiv massa m^*

6. Halvledare (iii)



Elektronkoncentration

$$n = N_c e^{-(E_C - E_F)/kT}$$

Hållkoncentration

$$p = N_v e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

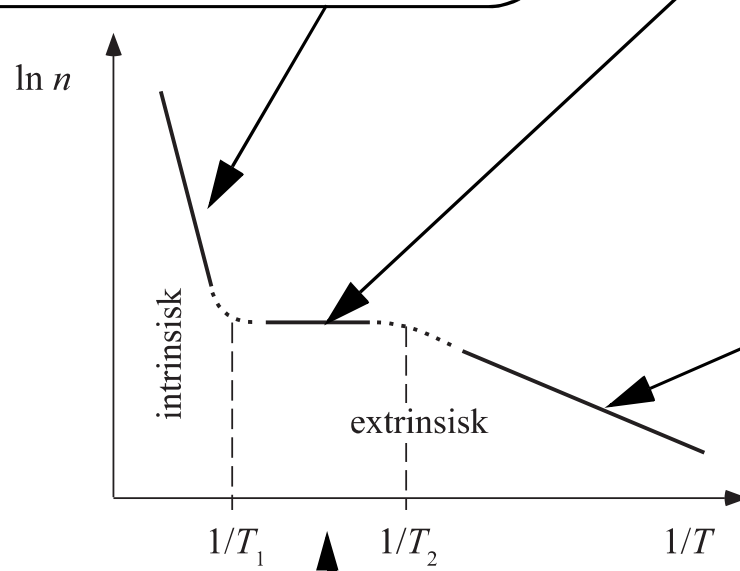
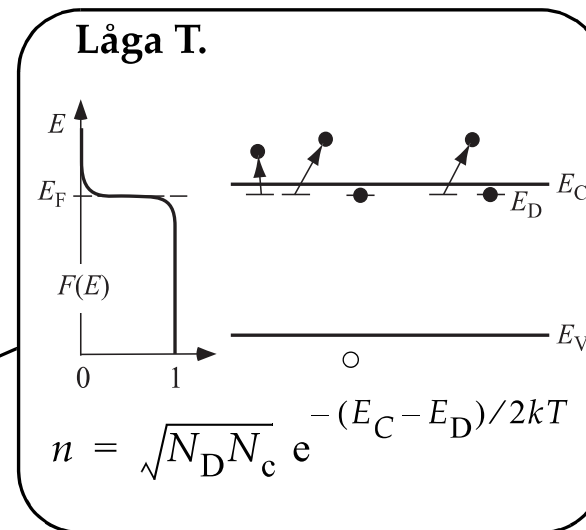
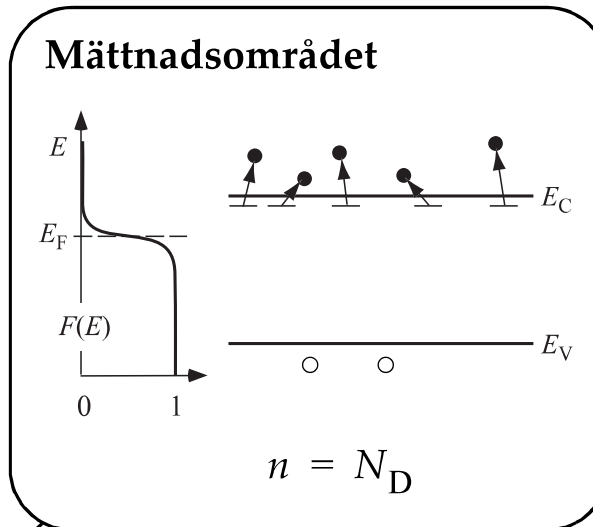
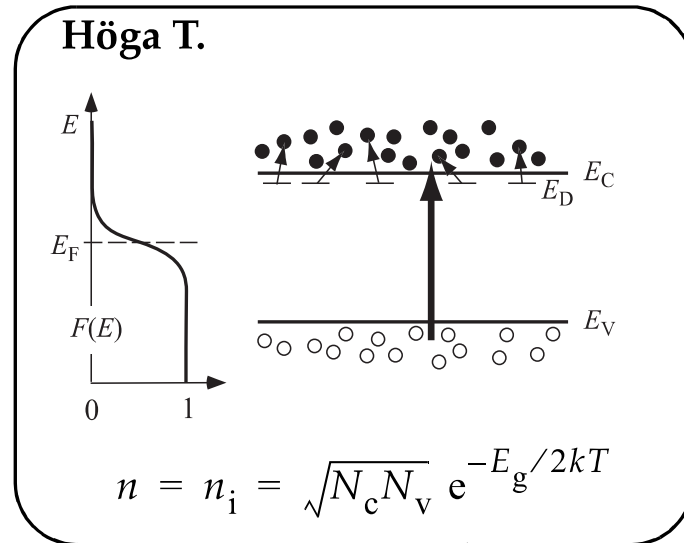
Massverkans lag:

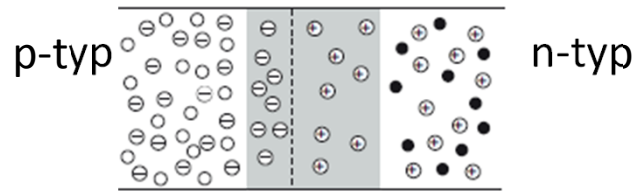
$$n \cdot p = N_c N_v e^{-E_g/kT} = n_i^2$$

Termisk jämvikt!

6. Halvledare (iv)

Extrinsisk halvledare (n-typ: $N_D \gg N_A$)





7. pn-övergången (i)

Rymdladdning pga
brist på fria
laddningsbärare...

... resulterar i
elektriskt fält, ...

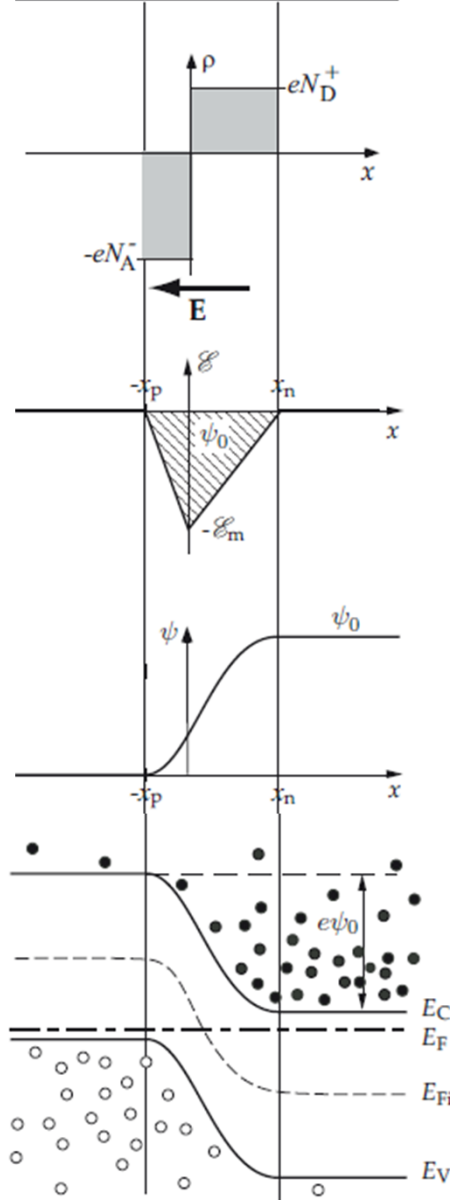
... skillnad i elektrisk
potential ...

... och bandböjning

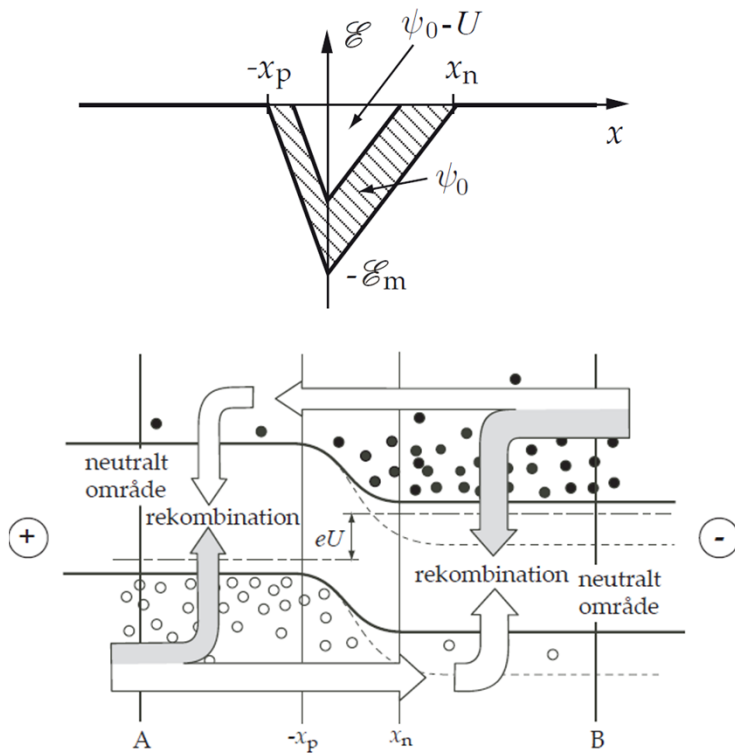
$$\frac{d\mathcal{E}}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\frac{d\psi}{dx} = -\mathcal{E}$$

$$\Delta E_{pot}(x) = (-e) \cdot \psi(x).$$

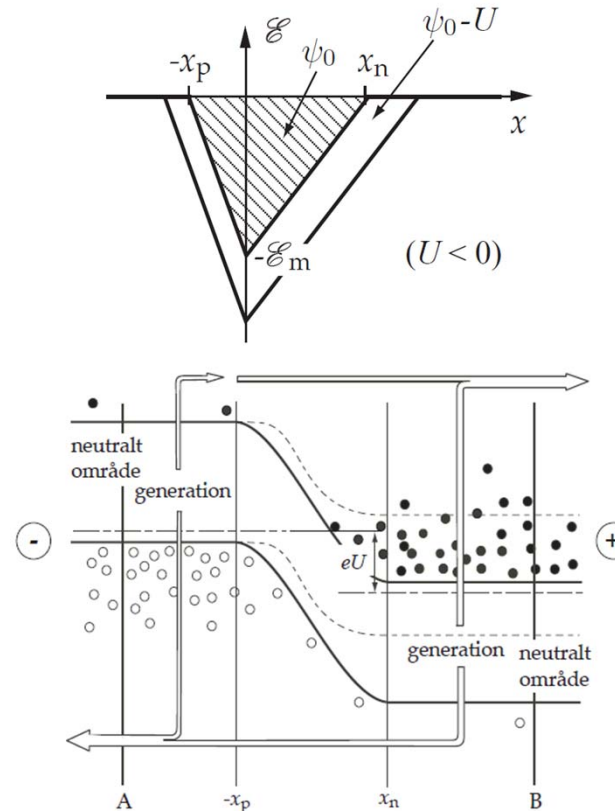


7. pn-övergången (ii)



Framspänning: $U > 0$

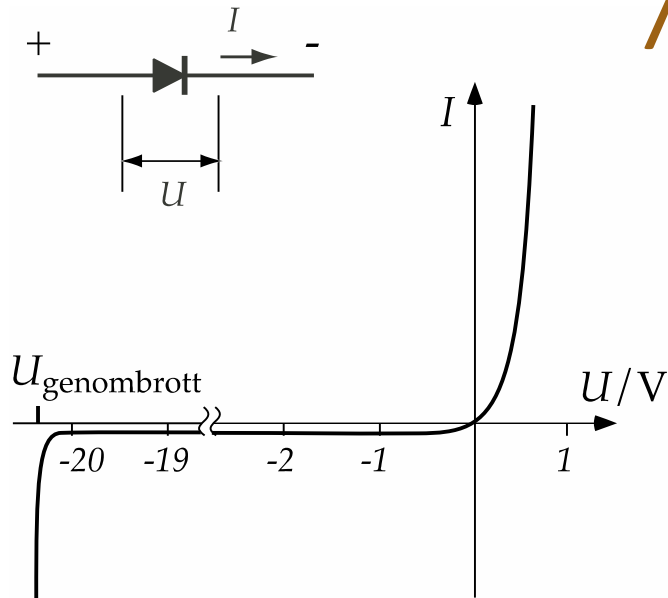
Exponentiell ökning av strömmen
då min. laddn. bärare injiceras och
rekombinerar



Backspänning : $U < 0$

Liten (konstant) backström.

7. pn-övergången (iii)



Ideala diodekvationen:

$$J = J_0 \left(e^{eU/kT} - 1 \right)$$

Eller:

$$J = \left(\frac{eD_e n_{p0}}{L_e} + \frac{eD_h p_{n0}}{L_h} \right) \left(e^{eU/kT} - 1 \right)$$

Genombrott i backriktningen pga antingen tunnling eller lavineffekt.

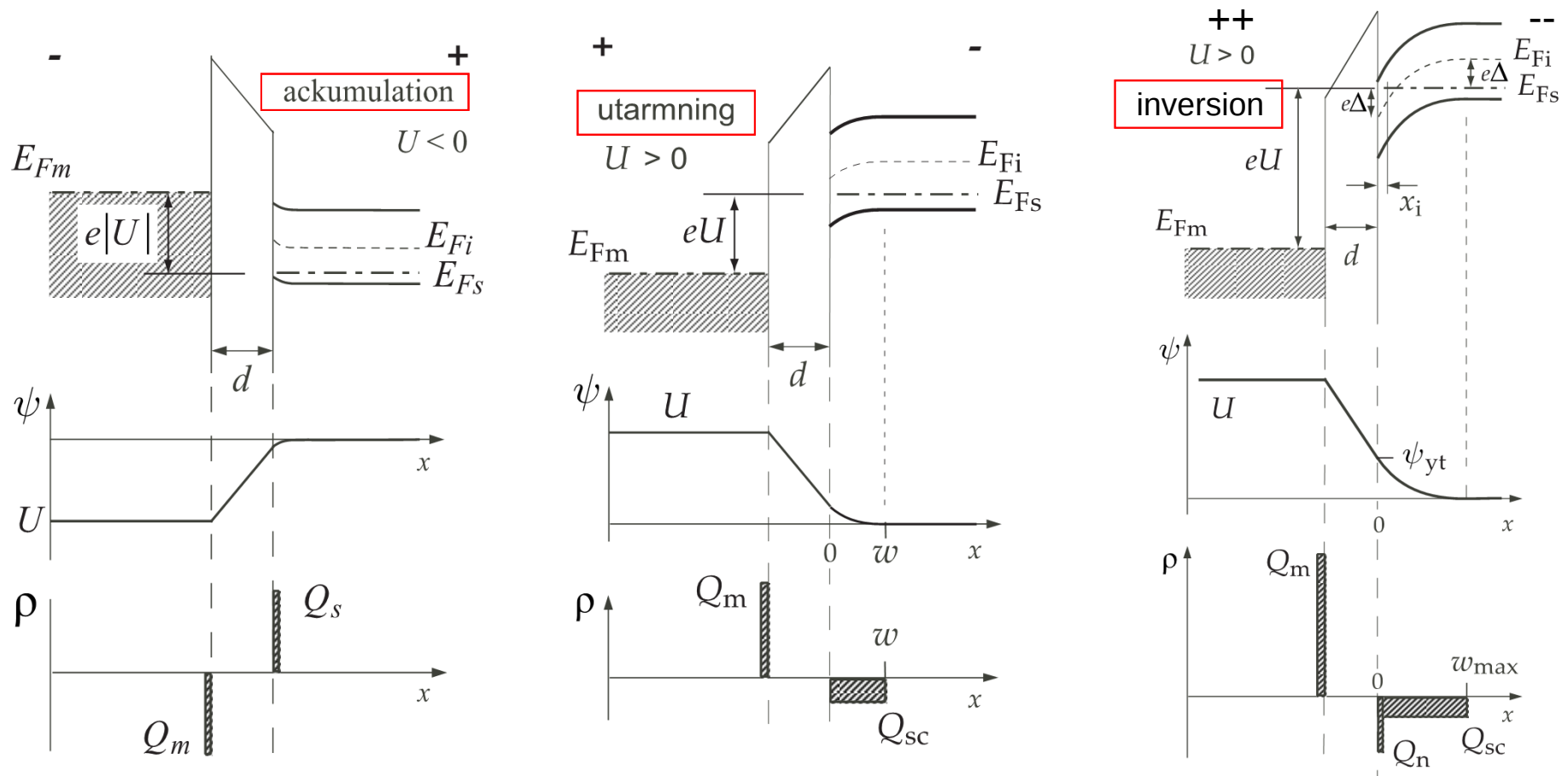
Kapacitans (per ytenhet):

$$C = \frac{dQ}{dU} = \frac{\epsilon_s}{w}$$

med utarmningsområdets bredd:

$$w = \sqrt{\frac{2\epsilon_s(\psi_0 - U)}{e} \left(\frac{N_D + N_A}{N_D N_A} \right)}$$

10. Metall-oxid-halvledaröverg. (i)



10. Metall-oxid-halvledaröverg. (ii)

