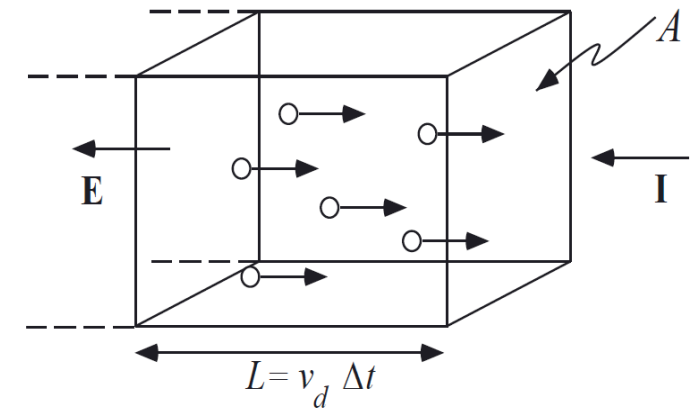
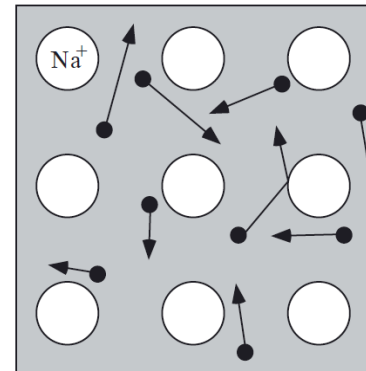


Föreläsning I

Efter lite information och en snabbgenomgång av hela kursen började vi med en väldigt kort repetition av några grundbegrepp inom ellära. Sedan gick vi igenom kapitel 2.1 och började med kapitel 2.2. Vi betraktade en mycket enkel modell av en metall, där valenselektronerna antas bilda en klassisk gas. Vid ändliga temperaturer rör sig elektronerna slumpmässigt i metallen med en fart som ges av likafördelningslagen, men deras medelhastighet är noll. Om man lägger på en spänning accelereras elektronerna av det elektriska fältet. Resultatet man får från Newtons andra lag verkar innebära att strömmen ökar med tiden, vilket inte stämmer med vår vanliga bild och med Ohms lag. Vi utökade då vår modell genom att anta att elektronerna ibland kolliderar med jonerna i metallen och förlorar sin hastighet. Detta ger en medelhastighet för elektronerna som inte är en funktion av tiden, men däremot beror på hur lång tid det går mellan kollisioner; detta ger oss hopp om att kunna förena vår modell med Ohms lag.

Metall: joner + gas av klassiska elektroner



Likafördelningslagen: $\frac{1}{2}mv_{th}^2 = \frac{3}{2}kT$

Newton i elektriskt fält: $m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -e\mathbf{E} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(0) - \frac{e}{m}\mathbf{E}t$

Utan kollisioner ökar elektronernas hastighet med tiden

Kollisionstid: τ - medeltid sedan senaste kollisionen

Drifhastighet: $\mathbf{v}_d = -\frac{e}{m}\mathbf{E}\tau$



Föreläsning 2

Vi avslutade kapitel 2.2 med att härleda ett uttryck för konduktiviteten baserat på drifhastigheten. Sedan gick vi vidare till kapitel 2.3 som handlar om diffusion: om elektronkoncentrationen beror på läget leder elektronernas slumpmässiga rörelse till en nettoström, även utan ett elektriskt fält. Vi fortsatte med kapitel 2.4 om Halleffekten, som uppstår när vi driver en ström vinkelrätt mot ett magnetfält. Lorentzkraften leder till ackumulation av laddning vinkelrätt mot strömriktningen och den resulterande Hallspänningen kan användas för att bestämma både koncentrationen och laddningen hos laddningsbärarna. Kapitel 2.5 hoppade vi över (ingår ej i kursen). Vi diskuterade ett par tillkortakommanden hos den klassiska beskrivningen av ledningselektroner (kapitel 2.6): värmekapaciteten och resistivitetsens temperaturberoende stämmer inte överens med experiment. Dessutom kan man inte klassiskt förstå vad hål är, och att hål faktiskt finns bekräftas av Hallmätningar.

Materialgenskaper

Kollisionstid: τ

Fri medelväglängd: $l = v_{th}\tau$

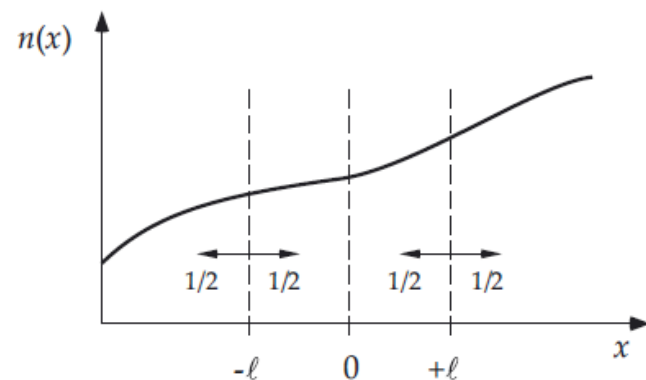
Mobilitet: $\mu_e = |v_d/E| = e\tau/m$

Konduktivitet: $\sigma = ne^2\tau/m = \mu_e ne$

Resistivitet: $\rho = 1/\sigma$

Drifhastighet: $\mathbf{v}_d = -\frac{e}{m}\mathbf{E}\tau$

Strömtäthet: $\mathbf{J} = -ne\mathbf{v}_d = \frac{ne^2\tau}{m}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$

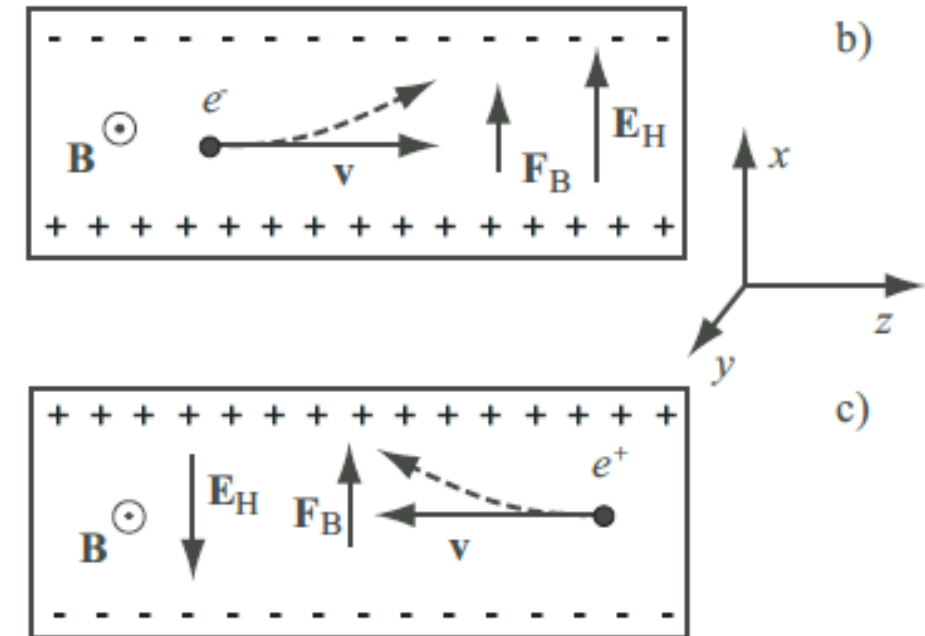


Koncentrationsgradient $\rightarrow$ diffusionsström: $J = ev_{th}l \frac{dn}{dx} = eD_e \frac{dn}{dx}$

Einsteins relation för diffusionskonstanten: $D_e = v_{th}l = \mu_e \frac{kT}{e}$

Föreläsning 2

Vi avslutade kapitel 2.2 med att härleda ett uttryck för konduktiviteten baserat på drifhastigheten. Sedan gick vi vidare till kapitel 2.3 som handlar om diffusion: om elektronkoncentrationen beror på läget leder elektronernas slumpmässiga rörelse till en nettoström, även utan ett elektriskt fält. Vi fortsatte med kapitel 2.4 om Halleffekten, som uppstår när vi driver en ström vinkelrätt mot ett magnetfält. Lorentzkraften leder till ackumulation av laddning vinkelrätt mot strömriktningen och den resulterande Hallspänningen kan användas för att bestämma både koncentrationen och laddningen hos laddningsbärarna. Kapitel 2.5 hoppade vi över (ingår ej i kursen). Vi diskuterade ett par tillkortakommanden hos den klassiska beskrivningen av ledningselektroner (kapitel 2.6): värmekapaciteten och resistivitetsens temperaturberoende stämmer inte överens med experiment. Dessutom kan man inte klassiskt förstå vad hål är, och att hål faktiskt finns bekräftas av Hallmätningar.



Lorentzkraft: $\mathbf{F}_B = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

➡ Ackumulation av laddning på kanterna

➡ Elektriskt (Hall)fält ➡ Kraft på elektroner $\mathbf{F}_H = -e\mathbf{E}_H$

Ackumulationen av laddning fortsätter tills jämvikt

uppstår, dvs ingen nettokraft verkar längre på elektronerna: ➡ $E_H = \frac{J}{en} B$

Mätning av Hallspänningen $U_H = E_H L_x$ ger laddningbärarnas koncentration och laddningens tecken (har motsatt tecken för positiva laddningsbärare)

Elektronbidrag till värmekapacitet: $C_V^{el} = n \frac{\partial}{\partial T} \bar{E}_{kin}^{el} = \frac{3}{2} k n$ Men experiment visar att $C_V^{el} \approx 0$

Temperaturberoendet hos resistiviteten: $\rho \sim 1/\tau \sim v_{th} \sim \sqrt{T}$ Men experiment visar att $\rho \sim T$



Föreläsning 3

Föreläsning 3 var en repetition av kvantmekaniken, men innehöll säkert även en del nytt. Vi behandlade större delen av kapitel 3, men 3.5-3.6 mycket översiktligt och vi pratade inte alls om 3.7 (som är mycket kort). Huvudsaken med materialet i kapitel 3 är att man ska förstå den kvantmekaniska beskrivningen av elektroner i fasta material i senare kapitel.

Vi repeterade först Schrödingerekvationen (SE) och stationära tillstånd. I kvantmekaniken kan vi inte exakt veta alla egenskaper hos en partikel (position, hastighet, energi, ...) även om vi känner till vågfunktionen. Men vi såg att vågfunktionen kan användas till att beräkna väntevärdet av en mätning av t ex position eller hastighet. För att beräkna dessa väntevärden måste man introducera operatorer som svarar mot de olika storheterna (*observablerna*).

En plan våg har en välbestämd rörelsemängd $\hbar k$ men en fullständigt obestämd position. Om man adderar många plana vågor får man ett vågpaket som är delvis lokaliserat i rummet, men i utbyte har en viss osäkerhet i rörelsemängden. Heisenbergs osäkerhetsrelation säger att det finns en gräns för hur noga man kan bestämma både position och rörelsemängd hos en partikel.

$$\text{SE: } i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(x, t) \quad \hat{H} = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

$$\text{Stationära tillstånd: } \Psi(x, t) = \Phi(x) e^{-i\omega t}$$

$$\rightarrow \hat{H} \Phi(x) = E \Phi(x) \quad (\text{Stationära SE})$$

$$\text{Plan våg: } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx} \quad (0 < x < L), \quad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$\text{Väntevärde av observabel A: } \langle A \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(x, t) \hat{A} \Psi(x, t) dx$$

↑
operator som tillhör observabeln A

$$\text{Position: } \hat{x} = x$$

$$\text{Rörelsemängd: } \hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\text{Total energi: } \hat{E}_{tot} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \hat{E}_{pot} = \frac{-\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) = \hat{H}$$

$$\text{Plan våg: } \langle \hat{x} \rangle = L/2, \quad \langle \hat{p} \rangle = \hbar k, \quad \langle \hat{E}_{kin} \rangle = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\langle \hat{p} \rangle^2}{2m} = E$$

Föreläsning 3

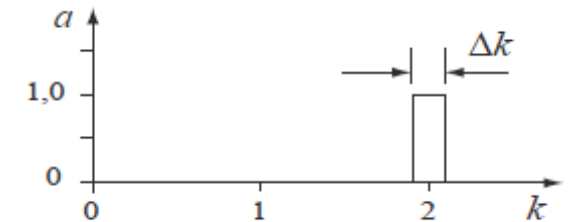
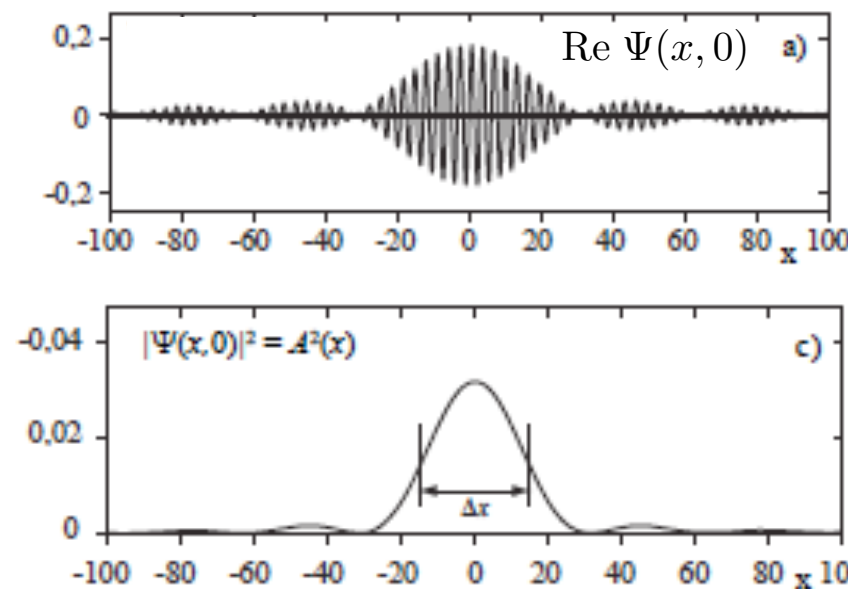
Föreläsning 3 var en repetition av kvantmekaniken, men innehöll säkert även en del nytt. Vi behandlade större delen av kapitel 3, men 3.5-3.6 mycket översiktligt och vi pratade inte alls om 3.7 (som är mycket kort). Huvudsaken med materialet i kapitel 3 är att man ska förstå den kvantmekaniska beskrivningen av elektroner i fasta material i senare kapitel.

Vi repeterade först Schrödingerekvationen (SE) och stationära tillstånd. I kvantmekaniken kan vi inte exakt veta alla egenskaper hos en partikel (position, hastighet, energi, ...) även om vi känner till vågfunktionen. Men vi såg att vågfunktionen kan användas till att beräkna väntevärdet av en mätning av t ex position eller hastighet. För att beräkna dessa väntevärden måste man introducera operatorer som svarar mot de olika storheterna (*observablerna*).

En plan våg har en välbestämd rörelsemängd $\hbar k$ men en fullständigt obestämd position. Om man adderar många plana vågor får man ett vågpaket som är delvis lokaliserat i rummet, men i utbyte har en viss osäkerhet i rörelsemängden. Heisenbergs osäkerhetsrelation säger att det finns en gräns för hur noga man kan bestämma både position och rörelsemängd hos en partikel.

Superposition av många plana vågor: $\Psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(k) e^{i(kx - \omega t)} dk$

Resultande vågpaket



Det vågpaket vi får är delvis lokaliserat i rummet, partikeln befinner sig inom ett intervall Δx med stor sannolikhet. Å andra sidan har vi introducerat en osäkerhet i rörelsemängden som kan variera inom ett intervall $\hbar \Delta k$

Vi fann: $\Delta p \Delta x \approx \hbar$ Ju noggrannare vi känner partikelns position, desto större är osäkerheten i dess hastighet!

I allmänhet gäller Heisenbergs osäkerhetsrelation: $\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$

Ett vågpaket rör sig med *grupphastigheten*: $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ Plan våg: $v_g = \frac{\partial}{\partial k} \left(\frac{1}{\hbar} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right) = \frac{\hbar k}{m}$

Föreläsning 4

Föreläsning 4 behandlade frielektronmodellen och vi hann med kapitel 4.1-4.4 och delar av 4.5. I frielektronmodellen antar vi att varje atom ger ifrån sig en eller ett par valenselektroner som kan röra sig fritt i metallen. Kvar blir positivt laddade joner som ger upphov till en attraktiv potential för de negativt laddade elektronerna. Vi bryr oss inte om variationer i potentialen (kommer i kapitel 5), utan ser helt enkelt metallen som en oändligt djup och jämn potentialgrop för valenselektronerna.

Formen på lösningarna beror på randvillkoren. Om vi antar att vågfunktionen är noll vid potentialgropens kanter är vågfunktionerna sinusfunktioner som beskriver stående vågor utan medelhastighet. Om vi istället vill beskriva fortskridande vågor, som tex kan beskriva elektroner som rör sig i ett elektriskt fält, måste vi använda andra randvillkor. Vi valde periodiska randvillkor, som ger plana vågor som lösningar, men bara vissa k -värden är tillåtna och vi får ett liknande kvantiseringvillkor som med de fixa randvillkoren.

Även i en mycket liten metallbit finns väldigt många elektroner och det är ganska opraktiskt att basera beräkningar på tillståndet ($\mathbf{k}$ -vektorn) hos alla dessa elektroner. Ofta beror resultatet endast på hur många elektroner som finns inom ett visst energiintervall. Detta beskrivs av tillståndstätheten som vi härledde ett uttryck för.

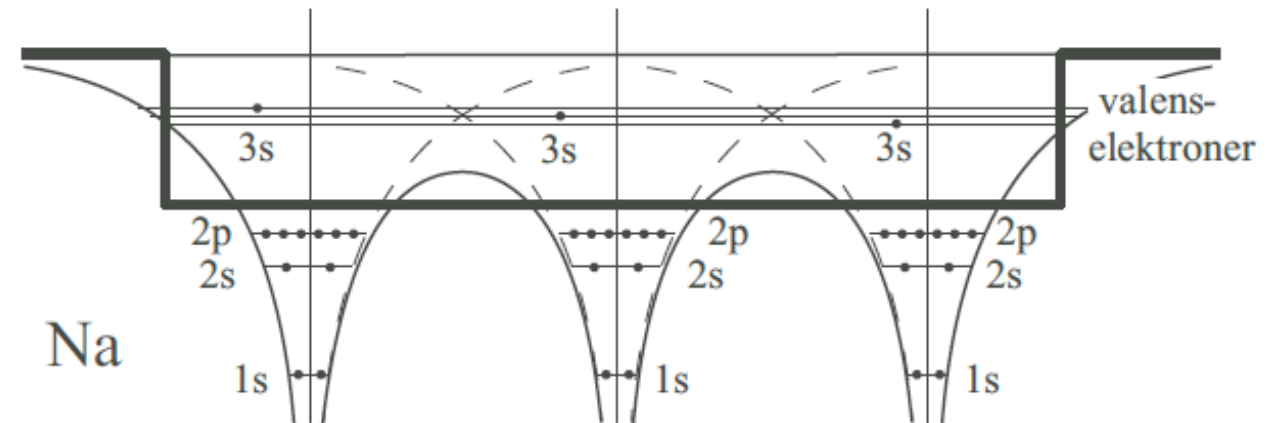
Periodiska randvillkor:

$$\Phi(x + L) = \Phi(x)$$

$$\Rightarrow \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ikx}, \quad k = \frac{2\pi n}{L}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$E = \frac{h^2 n^2}{2mL^2}$$

Beskriver plana vågor, fortskridande med ändlig medelhastighet



Metall: oändligt djup potentialgrop för elektroner

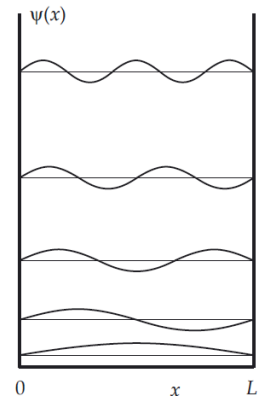
Fixa randvillkor:

$$\Phi(x = 0) = \Phi(x = L) = 0$$

$$\longrightarrow \Phi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin(kx), \quad k = \frac{\pi n}{L}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad 0 \leq x \leq L$$

$$E = \frac{h^2 n^2}{8mL^2}$$

Beskriver stående vågor,
ingen medelhastighet

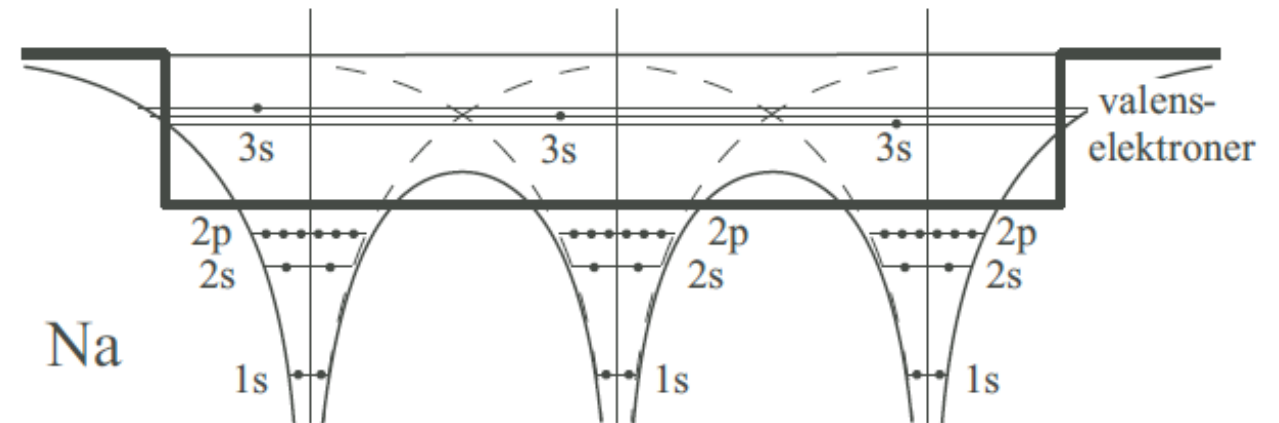


Föreläsning 4

Föreläsning 4 behandlade frielektronmodellen och vi hann med kapitel 4.1-4.4 och delar av 4.5. I frielektronmodellen antar vi att varje atom ger ifrån sig en eller ett par valenselektroner som kan röra sig fritt i metallen. Kvar blir positivt laddade joner som ger upphov till en attraktiv potential för de negativt laddade elektronerna. Vi bryr oss inte om variationer i potentialen (kommer i kapitel 5), utan ser helt enkelt metallen som en oändligt djup och jämn potentialgrop för valenselektronerna.

Formen på lösningarna beror på randvillkoren. Om vi antar att vågfunktionen är noll vid potentialgropens kanter är vågfunktionerna sinusfunktioner som beskriver stående vågor utan medelhastighet. Om vi istället vill beskriva fortskridande vågor, som tex kan beskriva elektroner som rör sig i ett elektriskt fält, måste vi använda andra randvillkor. Vi valde periodiska randvillkor, som ger plana vågor som lösningar, men bara vissa k -värden är tillåtna och vi får ett liknande kvantiseringvillkor som med de fixa randvillkoren.

Även i en mycket liten metallbit finns väldigt många elektroner och det är ganska opraktiskt att basera beräkningar på tillståndet (k -vektorn) hos alla dessa elektroner. Ofta beror resultatet endast på hur många elektroner som finns inom ett visst energiområde. Detta beskrivs av tillståndstätheten som vi härledde ett uttryck för.

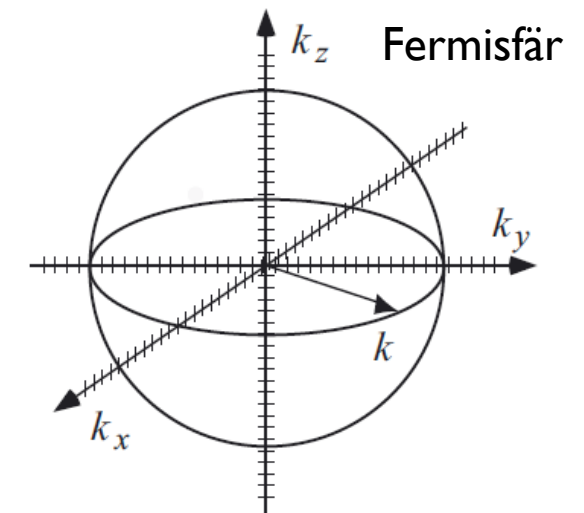


Tillståndstäthet: $Z(E) = \frac{dS(E)}{dE}$

$S(E) =$ Antal tillstånd med energi mindre än E

➔ Med k -vektor innanför sfären som begränsas av

$$\sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$$



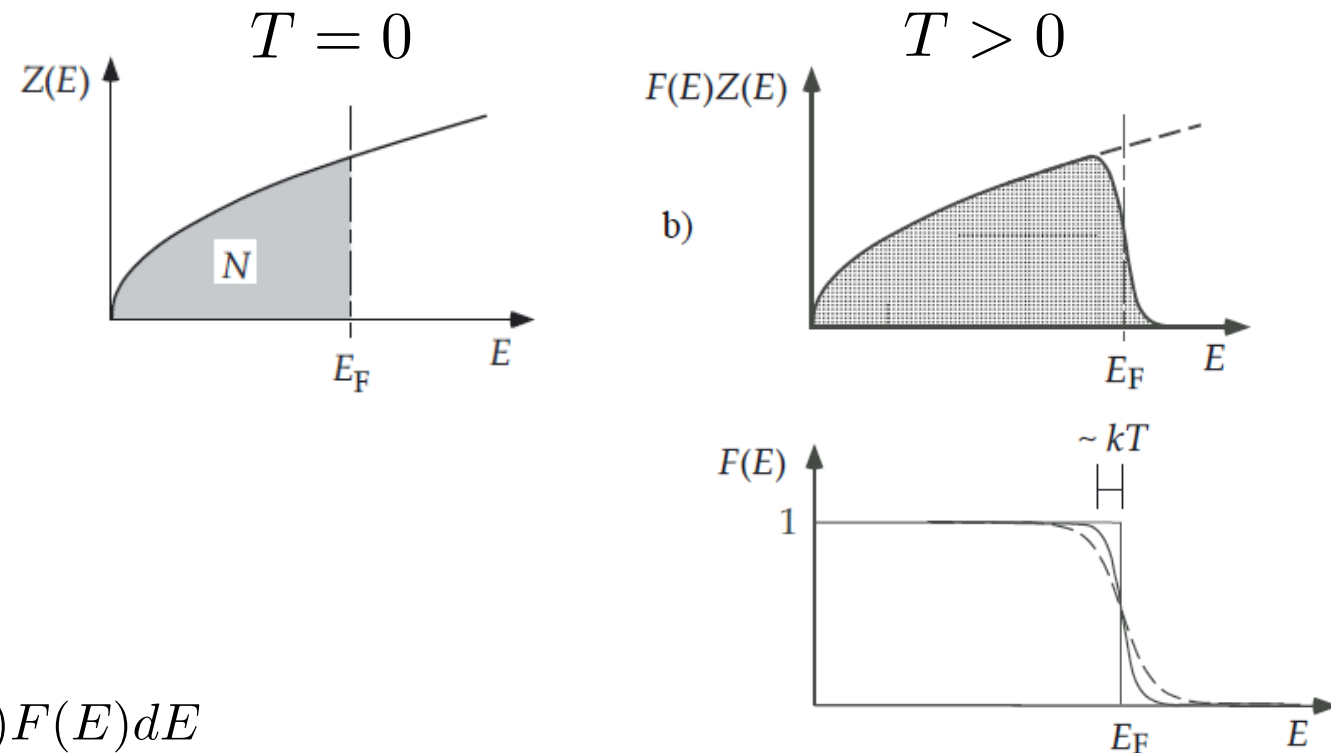
$$S(E) = \frac{4\pi}{3} k^3 \cdot g(\mathbf{k}) \cdot 2 = \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2mE}{\hbar^2} \right)^{3/2} \quad \rightarrow \quad Z(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E}$$

Föreläsning 5

I föreläsning 5 fortsatte vi att prata om frielektronmodellen. Först avslutade vi kapitel 4.5 om tillståndstätheten. Sedan pratade vi om hur elektroner besätter dessa tillstånd och gick igenom kapitel 4.6 och delar av 4.7. Vid noll temperatur är alla tillstånd besatta upp till den så kallade Fermienergin, medan alla tillstånd över Fermienergin är tomma. Det är Pauli-principen som hindrar att alla elektroner befinner sig i tillståndet med lägst energi. Därmed får elektronerna en stor kinetisk energi, och därmed även en hög hastighet, även vid låga temperaturer. Vid ändliga temperaturer beskrivs sannolikheten att ett tillstånd är besatt av Fermifunktionen. En del tillstånd under Ferminivån är nu tomma och en del tillstånd över Ferminivån är fulla. Ferminivån vid ändlig temperatur bestäms av villkoret att det totala antalet valenselektroner är konstant (för metaller). Vi började även prata om under vilka förutsättningar elektronerna beter sig klassiskt, med vilket vi menar att Pauli-principen inte är viktig för hur tillstånden är besatta. Detta sker när *alla* tillstånd endast har en liten sannolikhet för att vara besatta. Då spelar det mindre roll att Pauli-principen förbjuder dubbel besättning, vilket skulle vara väldigt osannolikt ändå.

Sannolikheten att ett tillstånd med energi E är besatt (det sitter en elektron i tillståndet) ges av Fermifunktionen

$$F(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F(T)}{kT}\right) + 1}$$



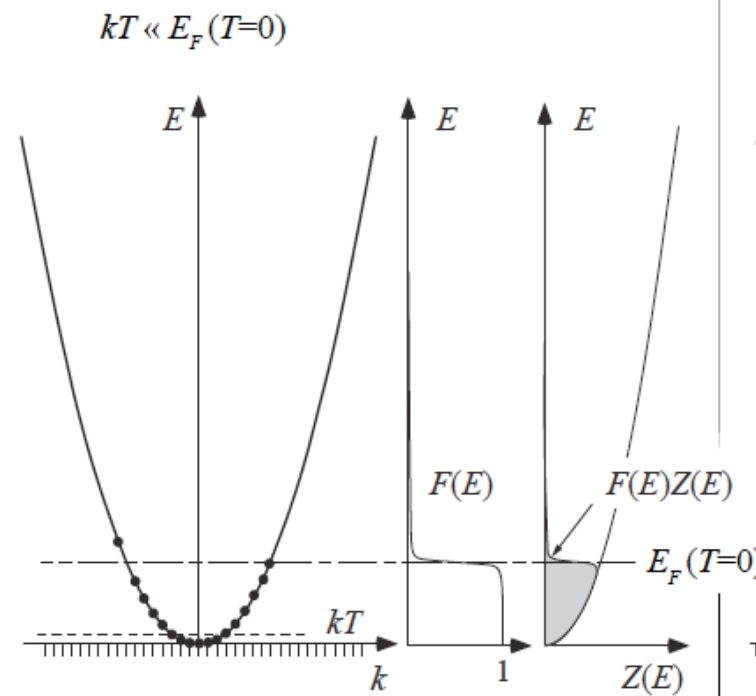
Totala antalet elektroner ges av
$$N = \int_0^\infty Z(E)F(E)dE$$

För metaller bestäms Fermienergin läge av villkoret att N är konstant och ges av antalet valenselektroner. Detta resulterar i ett mycket svagt temperaturberoende hos Fermienergin för metaller vid rimliga temperaturer

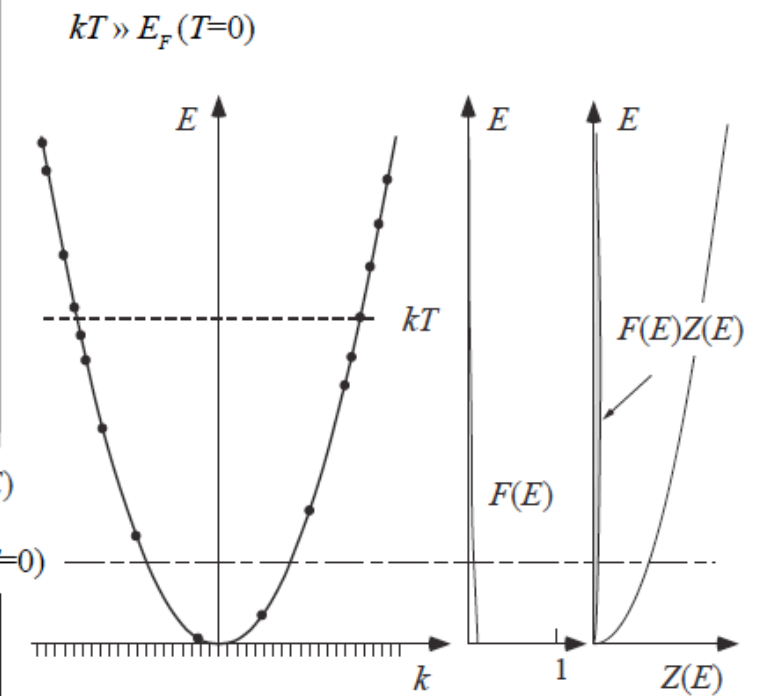
Föreläsning 5

I föreläsning 5 fortsatte vi att prata om frielektronmodellen. Först avslutade vi kapitel 4.5 om tillståndstätheten. Sedan pratade vi om hur elektroner besätter dessa tillstånd och gick igenom kapitel 4.6 och delar av 4.7. Vid noll temperatur är alla tillstånd besatta upp till den så kallade Fermienergin, medan alla tillstånd över Fermienergin är tomma. Det är Pauli-principen som hindrar att alla elektroner befinner sig i tillståndet med lägst energi. Därmed får elektronerna en stor kinetisk energi, och därmed även en hög hastighet, även vid låga temperaturer. Vid ändliga temperaturer beskrivs sannolikheten att ett tillstånd är besatt av Fermifunktionen. En del tillstånd under Ferminivån är nu tomma och en del tillstånd över Ferminivån är fulla. Fermienergin vid ändlig temperatur bestäms av villkoret att det totala antalet valenselektroner är konstant (för metaller). Vi började även prata om under vilka förutsättningar elektronerna beter sig klassiskt, med vilket vi menar att Pauli-principen inte är viktig för hur tillstånden är besatta. Detta sker när *alla* tillstånd endast har en liten sannolikhet för att vara besatta. Då spelar det mindre roll att Pauli-principen förbjuder dubbel besättning, vilket skulle vara väldigt osannolikt ändå.

a) Kvantregim



b) Klassiska gränsen



Klassisk gräns: $F(E) \ll 1$ för alla $E \Rightarrow E_F(T) < 0$

I klassiska gränsen kan vi använda approximationen: $F(E) \approx e^{-(E-E_F)/kT}$



Föreläsning 6

I föreläsning 6 avslutade vi kapitel 4 om frielektronmodellen och började lite smått på kapitel 5. Först gick vi igenom det som var kvar av 4.7. Vi tog fram villkor för elektrontätheten och Fermienergins läge (alltså vid $T=0$) som måste hålla för att elektronerna ska kunna anses bete sig klassiskt (Pauli-principen är inte viktig). Vi såg att dessa villkor aldrig är uppfyllda för en metall vid realistiska temperaturer, men de kan vara det för en halvledare.

Sedan pratade vi om värmekapacitet (kapitel 4.8). Medelenergin hos en kvantmekanisk elektrongas är (mycket) större än en klassisk beräkning visar eftersom Pauli-principen tvingar elektronerna att besätta högre liggande tillstånd även vid låga temperaturer. Däremot är den termiska energin (mycket) mindre i det kvantmekaniska fallet eftersom endast elektroner nära Fermienergin kan exciteras termiskt.

Kapitel 4.9 är en kort beskrivning av hur man kan se på strömtransport kvantmekaniskt. Det mesta är egentligen samma som i det klassiska fallet, men den fria medelväglängden ska beräknas med Fermihastigheten istället för den termiska hastigheten och blir mycket längre i en metall än man kan tro klassiskt. I kapitel 4.10 sammanfattas frielektronmodellens framgångar och tillkortakommanden. Ofta fungerar frielektronmodellen bra, men den duger inte till att förklara varför vissa ämnen är isolatorer eller halvledare, och hål verkar inte rymmas inom denna modell. Vi började till slut lite smått med kapitel 5 där vi modifierar frielektronmodellen för att komma tillrätta med dessa tillkortakommanden.

Klassisk gräns: $F(E) \ll 1$ för alla E uppfyllt endast om

$$n \ll \frac{2}{h^3} (2\pi m k T)^{3/2} \quad \text{vilket leder till} \quad E_F(T=0) \ll kT$$

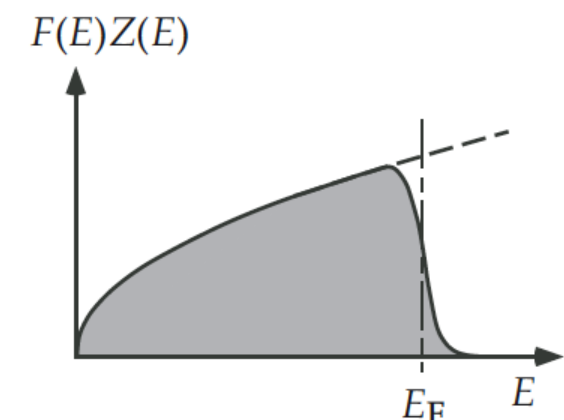
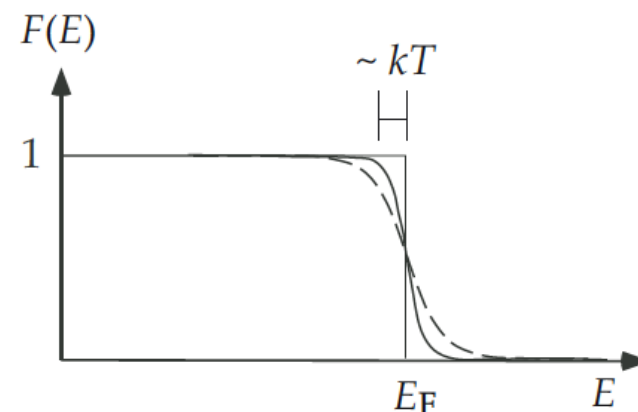
Klassisk fysik återfås alltså vid höga temperaturer, där man kan jämföra antingen med elektrontätheten eller med Fermienergins läge vid noll temperatur.

Värmekapacitet:

$$E_{av}(T) \approx E_{av}(T=0) + \frac{1}{N} \cdot kT Z(E_F) \cdot kT$$

$$\Rightarrow C_V^{el} = N \frac{\partial}{\partial T} E_{av}(T) = 2Z(E_F) k^2 T = \frac{3}{2} N k \cdot \frac{2kT}{E_F} \ll 1$$

Klassiskt resultat

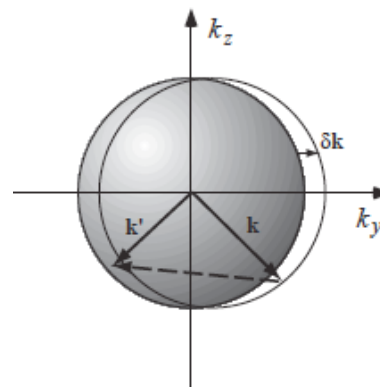
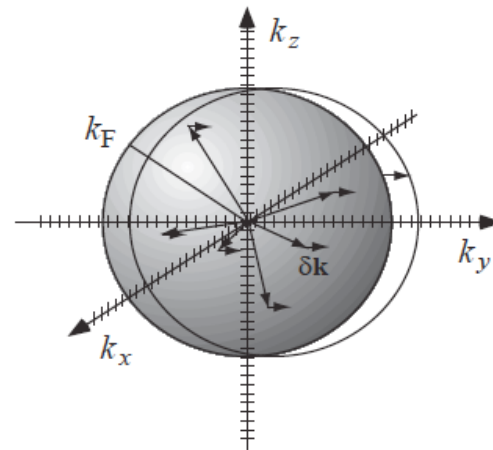


Föreläsning 6

I föreläsning 6 avslutade vi kapitel 4 om frielektronmodellen och började lite smått på kapitel 5. Först gick vi igenom det som var kvar av 4.7. Vi tog fram villkor för elektrontätheten och Fermienergins läge (alltså vid $T=0$) som måste hålla för att elektronerna ska kunna anses bete sig klassiskt (Pauli-principen är inte viktig). Vi såg att dessa villkor aldrig är uppfyllda för en metall vid realistiska temperaturer, men de kan vara det för en halvledare.

Sedan pratade vi om värmekapacitet (kapitel 4.8). Medelenergin hos en kvantmekanisk elektrongas är (mycket) större än en klassisk beräkning visar eftersom Pauli-principen tvingar elektronerna att besätta högre liggande tillstånd även vid låga temperaturer. Däremot är den termiska energin (mycket) mindre i det kvantmekaniska fallet eftersom endast elektroner nära Fermienergins läge kan exciteras termiskt.

Kapitel 4.9 är en kort beskrivning av hur man kan se på strömtransport kvantmekaniskt. Det mesta är egentligen samma som i det klassiska fallet, men den fria medelväglängden ska beräknas med Fermihastigheten istället för den termiska hastigheten och blir mycket längre i en metall än man kan tro klassiskt. I kapitel 4.10 sammanfattas frielektronmodellens framgångar och tillkortakommanden. Ofta fungerar frielektronmodellen bra, men den duger inte till att förklara varför vissa ämnen är isolatorer eller halvledare, och hål verkar inte rymmas inom denna modell. Vi började till slut lite smått med kapitel 5 där vi modifierar frielektronmodellen för att komma tillrätta med dessa tillkortakommanden.



$$\text{Elektriskt fält} \rightarrow \delta \mathbf{k} = -\frac{e}{\hbar} \mathbf{E} \tau = \frac{m}{\hbar} \mathbf{v}_d$$

$$\text{Medelfri väg: } l = v_F \tau \quad (v_F \gg v_{th})$$

Medelförskjutningen av $\mathbf{k}$ leder till samma drifhastighet som vi fick klassiskt och därmed samma uttryck för strömmen och konduktiviteten.

Framför allt är det elektroner nära Fermienergins läge som kolliderar. Övriga elektroner måste tillföras mycket energi i kollisionen för att ha tillgängliga tillstånd att hamna i



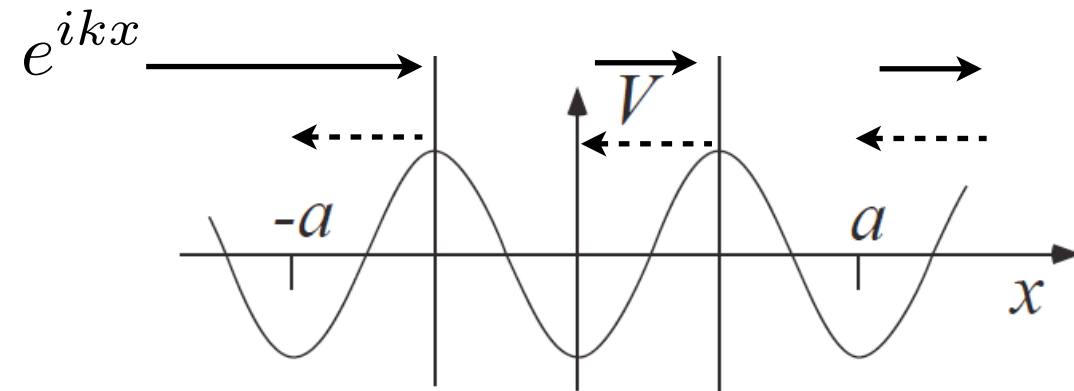
Föreläsning 7

Vi gick igenom i stort sett hela kapitel 5 som handlar om nästan-frielektronmodellen (nästan-FEM), där vi ser ett fast material som en oändlig potentialgrop, men med en ojämn potential inne i gropen. Potentialen är periodisk med minima vid jonernas positioner. Vi började tänka på elektronerna som plana vågor som rör sig i denna periodiska potential och kan reflekteras vid varje potentialmaximum. För vissa speciella k -värden interfererar varje reflekterad våg konstruktivt med de vågor som reflekterats vid andra potentialmaximum. Vid dessa speciella k -värden blandas planvågslösningar som propagerar åt motsatt håll och lösningarna blir istället sinus och cosinus. En plan våg har samma sannolikhetstäthet överallt. Sinus och cosinus däremot har varierande sannolikhetstäthet och den potentiella energin beror på om sannolikhetstätheten är störst vid ett potentialmaximum eller vid ett potentialminimum. Detta ger upphov till bandgap, alltså energintervall utan några tillåtna tillstånd.

Eftersom vissa k -värden kopplas via spridning från jonerna och konstruktiv interferens flyttar man normalt sett alla band in i första Brillouinzonen. Vi tittade lite snabbt på hur krånglig bandstrukturen ser ut i 3D. Sedan diskuterade vi hur elektroner i nästan-FEM rör sig under inverkan av en extern kraft. Elektronernas k -värden påverkas enbart av externa krafter, till exempel ett pålagt elektriskt fält, inte av elektrostatiske krafter från jonernas laddning. Detta beror på att jonernas effekt redan byggts in i elektronernas rörelse via den modifierade bandstrukturen i nästan-FEM.

Sedan diskuterade vi skillnaden mellan metaller och isolatorer. Metaller har delvis fulla band och elektronerna kan omfördelas över tillstånden (k -värdena) som svar på ett elektriskt fält. I en isolator är alla band antingen helt fulla eller helt tomma och elektronerna kan inte ändra sina k -värden eftersom det inte finns några tillgängliga tillstånd för dem att besätta. Vi tittade på ett enkelt exempel i form av en endimensionell kedja av atomer.

Plan våg i 1D periodisk potential



Konstruktiv interferens: $k = \frac{\pi}{a}n$ (Bragg-reflektion)

För dessa k -värden blir vågfunktionen en superposition av plana vågor med motsatt utbredningshastighet:

$$\Phi(x) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2L}} \left(e^{i\frac{\pi}{a}nx} \pm e^{-i\frac{\pi}{a}nx} \right) \sim \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{a}nx\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{a}nx\right) \end{cases}$$

För dessa k -värden leder stark spridning till stående vågor istället för propagerande plana vågor

$\cos^2\left(\frac{\pi}{a}nx\right)$ har max i potentialmin. och därmed låg energi

$\sin^2\left(\frac{\pi}{a}nx\right)$ har max i potentialmax. och därmed hög energi

Föreläsning 7

Vi gick igenom i stort sett hela kapitel 5 som handlar om nästan-frielektronmodellen (nästan-FEM), där vi ser ett fast material som en oändlig potentialgrop, men med en ojämn potential inne i gropen. Potentialen är periodisk med minima vid jonernas positioner. Vi började tänka på elektronerna som plana vågor som rör sig i denna periodiska potential och kan reflekteras vid varje potentialmaximum. För vissa speciella k -värden interfererar varje reflekterad våg konstruktivt med de vågor som reflekterats vid andra potentialmaximum. Vid dessa speciella k -värden blandas planvågslösningar som propagerar åt motsatt håll och lösningarna blir istället sinus och cosinus. En plan våg har samma sannolikhetstäthet överallt. Sinus och cosinus däremot har varierande sannolikhetstäthet och den potentiella energin beror på om sannolikhetstätheten är störst vid ett potentialmaximum eller vid ett potentialminimum. Detta ger upphov till bandgap, alltså energintervall utan några tillåtna tillstånd.

Eftersom vissa k -värden kopplas via spridning från jonerna och konstruktiv interferens flyttar man normalt sett alla band in i första Brillouinzonen. Vi tittade lite snabbt på hur krånglig bandstrukturen ser ut i 3D. Sedan diskuterade vi hur elektroner i nästan-FEM rör sig under inverkan av en extern kraft. Elektronernas k -värden påverkas enbart av externa krafter, till exempel ett pålagt elektriskt fält, inte av elektrostatiske krafter från jonernas laddning. Detta beror på att jonernas effekt redan byggts in i elektronernas rörelse via den modifierade bandstrukturen i nästan-FEM.

Sedan diskuterade vi skillnaden mellan metaller och isolatorer. Metaller har delvis fulla band och elektronerna kan omfördelas över tillstånden (k -värdena) som svar på ett elektriskt fält. I en isolator är alla band antingen helt fulla eller helt tomma och elektronerna kan inte ändra sina k -värden eftersom det inte finns några tillgängliga tillstånd för dem att besätta. Vi tittade på ett enkelt exempel i form av en endimensionell kedja av atomer.

Konstruktiv interferens om k ändras med $2\pi n/a$

Man ritar därför ofta bandstrukturen inom första Brillouinzonen: $k \in \left[-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right]$

Vågpaket utbreder sig med gruppshastigheten: $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$

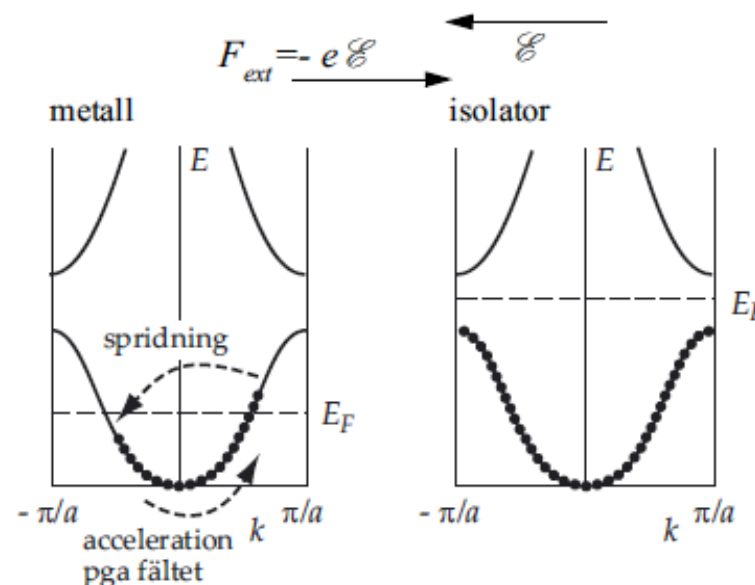
I nästan-FEM är $v_g \neq \frac{\hbar k}{m}$

$\hbar k$ kallas då kristallrörelsemängd eller kristallimpuls

Rörelseekvation i nästan-FEM: $\hbar \frac{dk}{dt} = F_{ext}$ ← extern kraft

Med spridning får vi en konstant förskjutning av k -värdena $\delta k = -\frac{1}{\hbar} F_{ext} \tau$

Fungerar bara om det finns tillgängliga tillstånd så att k -värdena kan ändras, alltså bara om något band endast är delvis fyllt.



Metall: översta bandet delvis fyllt, Fermienergin ligger inne i ett band

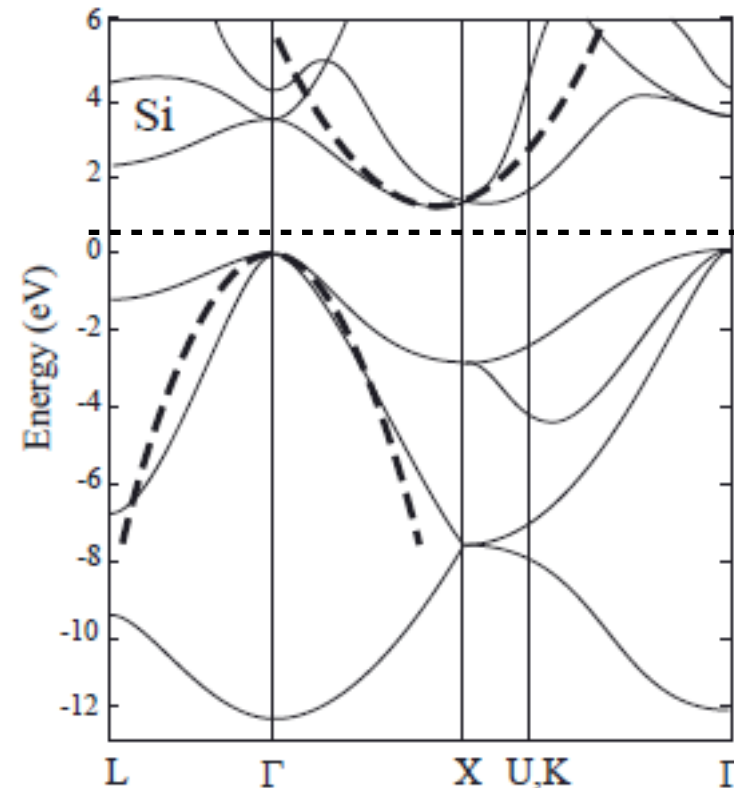
Isolator: alla band antingen helt fulla eller helt tomma, Fermienergin ligger i ett bandgap.

Föreläsning 8

I föreläsning 8 repeterade vi först kort kapitel 2-5 och pratade sedan om skillnaden mellan metaller och isolatorer eftersom F inte hunnit med detta än. Sedan började vi att prata om halvledare och gick igenom kapitel 6.1-6.2.

I riktiga tredimensionella halvledare är bandstrukturen ganska komplicerad, men nästan all fysik beror endast på egenskaperna i närheten av toppen av valensbandet (det högsta fulla bandet) och botten av ledningsbandet (det lägsta tomma bandet). Vi gjorde en Taylor-utveckling runt botten av ledningsbandet. Genom att jämföra med frielektronresultatet definierade vi en effektiv massa och såg att elektronerna i kristallstrukturens periodiska potential beter sig som fria elektroner, men med en annan massa. Detta är ett ganska fantastiskt resultat som tillåter oss att (ofta) beskriva elektroner i fasta material lika enkelt som fria elektroner.

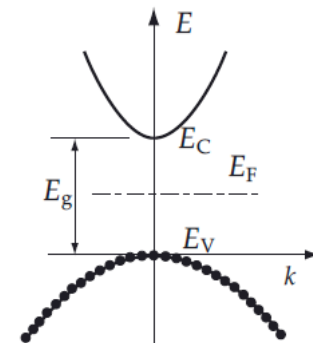
När en elektron tas bort från valensbandet (t ex genom att exciteras till ledningsbandet) blir det en lucka i de annars fyllda tillstånden i valensbandet. På grund av denna lucka kan elektronerna i det nästan fyllda valensbandet ändra sina k -värden när ett elektriskt fält appliceras och materialet kan alltså leda ström. Vi argumenterade för att den saknade elektronen (luckan) kan beskrivas som ett positivt laddat hål med en effektiv massa som är minus den för den saknade elektronen (i valensbandet har elektronerna negativ effektiv massa och hålen alltså positiv effektiv massa).



tomma tillstånd, ledningsband

bandgap $E_g \approx 1.1$ eV

fulla tillstånd, valensband



Betrakta ledningsbandet nära dess minimum och Taylorutveckla:

$$E(k) \approx E_C + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} (k - k_0)^2$$

Definiera den effektiva elektronmassan: $m_e^* = \hbar^2 \left[\left. \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} \right]^{-1}$

$$\rightarrow E(k) \approx E_C + \frac{\hbar^2 (k - k_0)^2}{2m_e^*} \quad \text{som i FEM!}$$

Gruppshastigheten blir: $v_g = \frac{\hbar(k - k_0)}{m_e^*}$

Som uppfyller rörelseekvationen: $m_e^* \frac{\partial v_g}{\partial t} = F_{ext}$

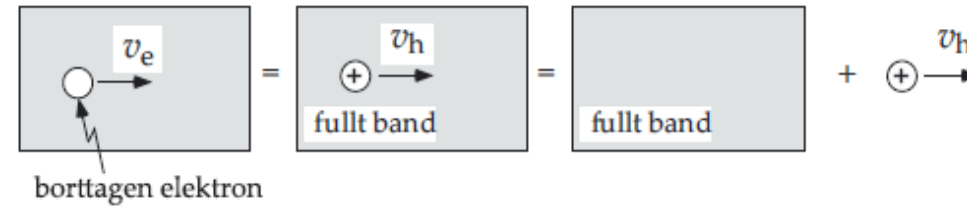
Vi kan även skriva: $E(k) \approx E_C + \frac{1}{2} m_e^* v_g^2$

Föreläsning 8

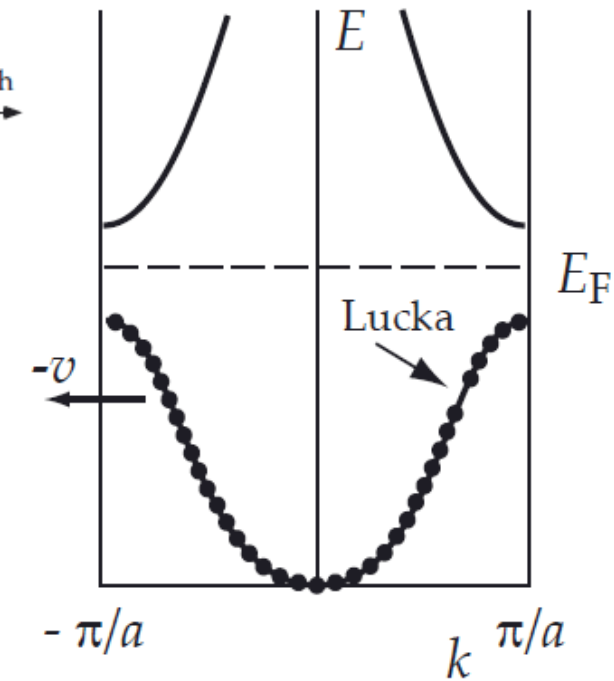
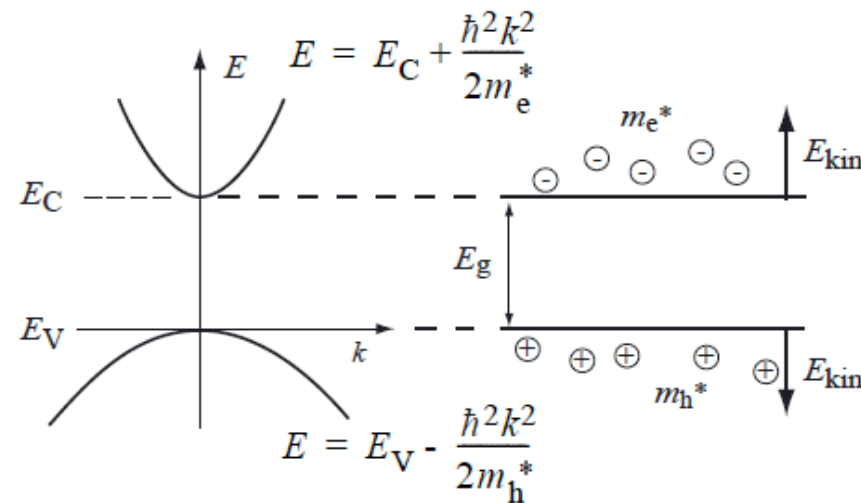
I föreläsning 8 repeterade vi först kort kapitel 2-5 och pratade sedan om skillnaden mellan metaller och isolatorer eftersom F inte hunnit med detta än. Sedan började vi att prata om halvledare och gick igenom kapitel 6.1-6.2.

I riktiga tredimensionella halvledare är bandstrukturen ganska komplicerad, men nästan all fysik beror endast på egenskaperna i närheten av toppen av valensbandet (det högsta fulla bandet) och botten av ledningsbandet (det lägsta tomma bandet). Vi gjorde en Taylor-utveckling runt botten av ledningsbandet. Genom att jämföra med frielektronresultatet definierade vi en effektiv massa och såg att elektronerna i kristallstrukturens periodiska potential beter sig som fria elektroner, men med en annan massa. Detta är ett ganska fantastiskt resultat som tillåter oss att (ofta) beskriva elektroner i fasta material lika enkelt som fria elektroner.

När en elektron tas bort från valensbandet (t ex genom att exciteras till ledningsbandet) blir det en lucka i de annars fyllda tillstånden i valensbandet. På grund av denna lucka kan elektronerna i det nästan fyllda valensbandet ändra sina k -värden när ett elektriskt fält appliceras och materialet kan alltså leda ström. Vi argumenterade för att den saknade elektronen (luckan) kan beskrivas som ett positivt laddat hål med en effektiv massa som är minus den för den saknade elektronen (i valensbandet har elektronerna negativ effektiv massa och hålen alltså positiv effektiv massa).



Lucka i VB = fullt valensband
+ positivt laddad partikel: hål



Effektiv hålmassa:
$$m_h^* = -\hbar^2 \left[\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} \Big|_{k=k_0} \right]^{-1} > 0$$

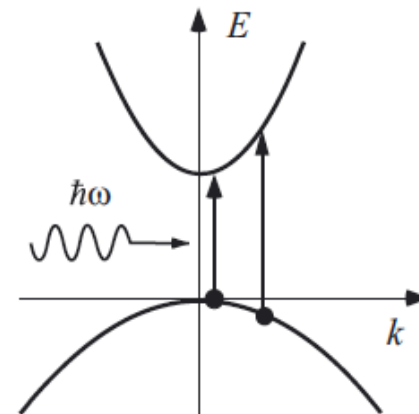
Nära max beskrivs VB av:
$$E(k) \approx E_V - \frac{\hbar^2 (k - k_0)^2}{2m_h^*}$$

Föreläsning 9

I föreläsning 9 behandlade vi kapitel 6.3-6.6. 6.3 handlar om optiska övergångar, alltså när en elektron absorberar en foton och exciteras från valensbandet till ledningsbandet. I en sådan process genereras alltså två laddningsbärare: ett hål i valensbandet och en elektron i ledningsbandet. En sådan process måste bevara den totala energin och den totala (kristall-)rörelsemängden. Vi såg att en foton med en energi som matchar bandgapet har mycket liten rörelsemängd. I en halvledare med indirekt bandgap kan därför inte optiska övergångar ske utan att blanda in ytterligare en process som kan tillföra den saknade rörelsemängden. Denna ytterligare process är vanligen absorption av en fonon, dvs en kvantiserad svängningsvåg hos atomerna i kristallen.

Resten av föreläsningen handlade om laddningsbärarkoncentrationer. Elektroner och hål får olika tillståndstäthet pga deras olika effektiva massa. Under antagandet att Ferminivån ligger i bandgapet härledde vi uttryck för elektronkoncentrationen i CB och hålkoncentrationen i VB. Båda dessa storheter beror på precis var Ferminivån ligger, men den faller bort om man tar deras produkt, vilket ger den mycket viktiga massverkans lag. Till slut behandlade vi en intrinsiskt halvledare, alltså där dopningen är försumbar. Vi såg att Ferminivån hamnar ungefär mitt i bandgapet, men med ett litet temperaturberoende skift.

Optisk övergång: elektron i VB absorberar en foton och exciteras till CB



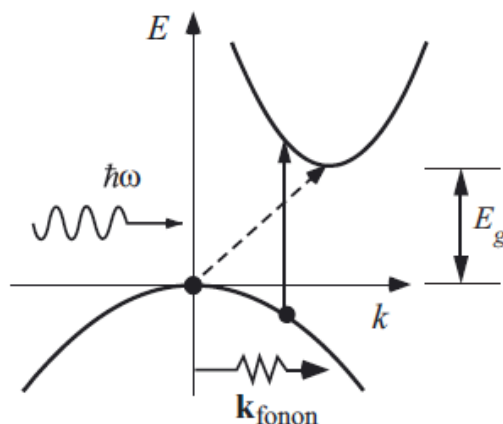
Direkt bandgap

Bevaring av energi: $E' = E + \hbar\omega_f$

Så endast absorption av fotoner med energi större än bandgapet är möjlig

Bevaring av rörelsemängd: $k'_e = k_e + k_f \approx k_e$

(fotoner har mycket liten k -vektor)



Indirekt bandgap

Bevaring av energi:

$$E' = E + \hbar\omega_f + \hbar\omega_{\text{fonon}} \approx E + \hbar\omega_f$$

De tillgängliga fononerna har energi $\sim kT$ vilket är mycket mindre än bandgapet vid rumstemp. Däremot har de ganska stor rörelsemängd.

Bevaring av rörelsemängd:

$$k'_e = k_e + k_f + k_{\text{fonon}} \approx k_e + k_{\text{fonon}}$$



Föreläsning 9

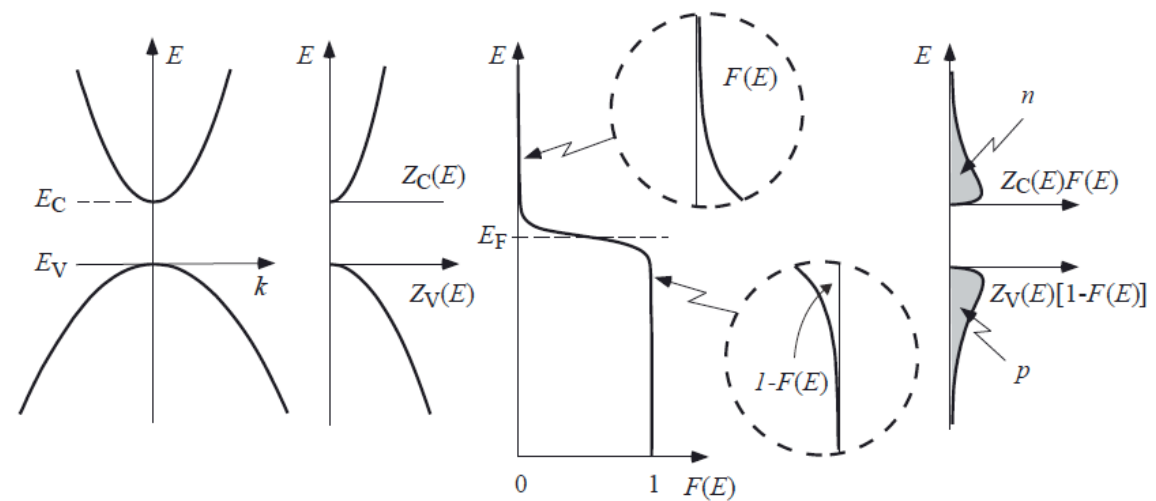
I föreläsning 9 behandlade vi kapitel 6.3-6.6. 6.3 handlar om optiska övergångar, alltså när en elektron absorberar en foton och exciteras från valensbandet till ledningsbandet. I en sådan process genereras alltså två laddningsbärare: ett hål i valensbandet och en elektron i ledningsbandet. En sådan process måste bevara den totala energin och den totala (kristall-)rörelsemängden. Vi såg att en foton med en energi som matchar bandgapet har mycket liten rörelsemängd. I en halvledare med indirekt bandgap kan därför inte optiska övergångar ske utan att blanda in ytterligare en process som kan tillföra den saknade rörelsemängden. Denna ytterligare process är vanligen absorption av en fonon, dvs en kvantiserad svängningsvåg hos atomerna i kristallen.

Resten av föreläsningen handlade om laddningsbärarkoncentrationer. Elektroner och hål får olika tillståndstäthet pga deras olika effektiva massa. Under antagandet att Ferminivån ligger i bandgapet härledde vi uttryck för elektronkoncentrationen i CB och hålkoncentrationen i VB. Båda dessa storheter beror på precis var Ferminivån ligger, men den faller bort om man tar deras produkt, vilket ger den mycket viktiga massverkans lag. Till slut behandlade vi en intrinsiskt halvledare, alltså där dopningen är försumbar. Vi såg att Ferminivån hamnar ungefär mitt i bandgapet, men med ett litet temperaturberoende skift.

Tillståndstätheten är olika i VB och CB om den effektiva massan är olika för elektroner och hål

$$Z_C(E) = \underbrace{4\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2} \right)^{3/2}}_{K_C} \sqrt{E - E_C} \quad (\text{ledningsband})$$

$$Z_V(E) = \underbrace{4\pi \left(\frac{2m_h^*}{h^2} \right)^{3/2}}_{K_V} \sqrt{E_V - E} \quad (\text{valensband})$$



Oavsett dopningsgrad kan vi beräkna n och p enligt:

$$n = \int_{E_C}^{\infty} Z_C(E) F(E) dE \approx \dots \approx N_C \exp \left[-\frac{E_C - E_F(T)}{kT} \right]$$

$$p = \int_{-\infty}^{E_V} Z_V(E) (1 - F(E)) dE \approx \dots \approx N_V \exp \left[-\frac{E_F(T) - E_V}{kT} \right]$$

Effektiv tillståndstäthet

Fermienergin beror på dopningsgraden, men faller bort i produkten np , vilket ger oss **massverkans lag**:

$$np = n_i^2 = N_C N_V \exp \left(-\frac{E_g}{kT} \right)$$

Utan dopning gäller $n=p$ och vi kan härleda ett uttryck för Ferminivån:

$$E_{Fi}(T) = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \left(\frac{m_h^*}{m_e^*} \right)$$



Föreläsning 10

Vi gick igenom kapitel 6.7-6.10 (6.9 är en kort repetition om elektron- och hålströmmar som ingår i kursen men som vi inte pratade om).

Halvledare kan dopas antingen med donatoratomer, som gärna gör sig av med en elektron som då hamnar i ledningsbandet, eller med acceptoratomer, som gärna tar upp en elektron från valensbandet och därmed lämnar kvar ett hål. Donatorer ger upphov till tillstånd strax under ledningsbandet och acceptorer till tillstånd strax ovanför valensbandet. Vi fokuserade på dopning med donatorer och beräknade hur Fermienergin och laddningsbärarkoncentrationerna ändras med ökande temperatur. Vid låga temperaturer ligger Fermienergin mellan donatortillstånd och ledningsbandet. Fermienergin sjunker sedan med ökande temperatur och hamnar vid höga temperaturer ungefär mitt i bandgapet.

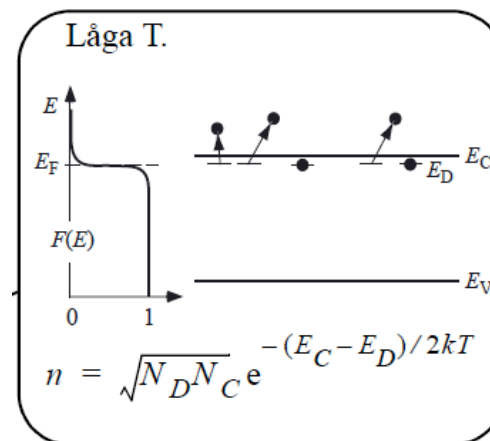
Kapitel 6 avslutas med en kort genomgång av spridning. Det finns två huvudsakliga bidrag till spridning av laddningsbärare: atomära vibrationer och elektriskt laddade orenheter (tex joniserade dopatomer), men vi hann bara med atomära vibrationer den här föreläsningen. Vi gjorde mycket grova uppskattningar av temperaturberoendet hos kollisionstiden och fann att det är mycket olika i den kvantmekaniska gränsen (relevant för metaller) och i den klassiska (oftast relevant för halvledare).

N_D = koncentration av donatorer
 N_A = koncentration av acceptorer
 N_D^+ = koncentration av joniserade donatorer
 N_A^- = koncentration av joniserade acceptorer

$$N_D^+ = N_D(1 - F(E_D))$$

$$N_A^- = N_A F(E_A)$$

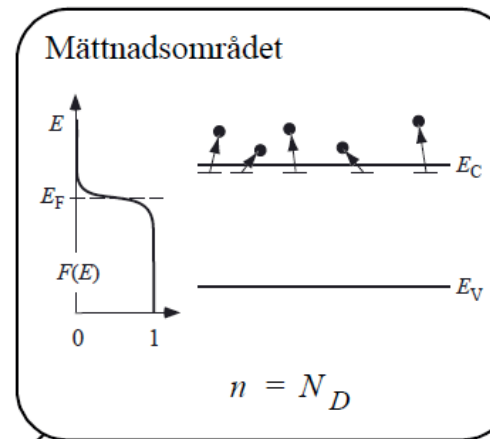
Genom att kombinera dessa uttryck med uttrycken för n och p på föregående slide kan vi beräkna n , p och Fermienergin i olika temperaturområden (antar ren donatordopning).



$$p \ll n, \quad n \approx N_D^+ \ll N_D$$

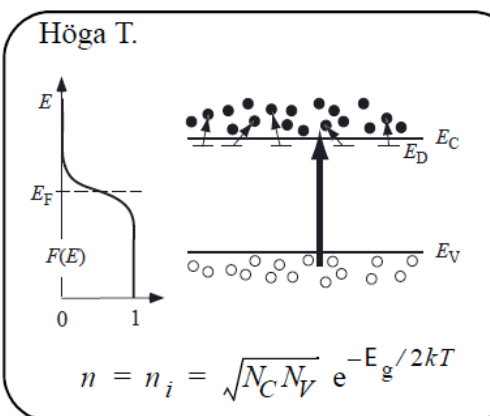
$$\rightarrow n \approx \sqrt{N_D N_C} \exp\left[-\frac{E_C - E_D}{2kT}\right]$$

$$E_F \approx \frac{E_C + E_D}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_C}{N_D}$$



$$p \ll n, \quad n \approx N_D^+ \approx N_D$$

$$E_F \approx E_C - kT \ln \frac{N_C}{N_D}$$



$$N_D^+ \approx N_D, \quad p \gg N_D$$

$$\rightarrow n \approx p \approx n_i$$

$$E_F \approx E_{Fi} = \frac{E_C + E_V}{2} - \frac{kT}{2} \ln \frac{N_C}{N_V}$$

Vi gick igenom kapitel 6.7-6.10 (6.9 är en kort repetition om elektron- och hålströmmar som ingår i kursen men som vi inte pratade om).

Halvledare kan dopas antingen med donatoratomer, som gärna gör sig av med en elektron som då hamnar i ledningsbandet, eller med acceptoratomer, som gärna tar upp en elektron från valensbandet och därmed lämnar kvar ett hål. Donatorer ger upphov till tillstånd strax under ledningsbandet och acceptorer till tillstånd strax ovanför valensbandet. Vi fokuserade på dopning med donatorer och beräknade hur Fermienergin och laddningsbärarkoncentrationerna ändras med ökande temperatur. Vid låga temperaturer ligger Fermienergin mellan donatortillstånden och ledningsbandet. Fermienergin sjunker sedan med ökande temperatur och hamnar vid höga temperaturer ungefär mitt i bandgapet.

Kapitel 6 avslutas med en kort genomgång av spridning. Det finns två huvudsakliga bidrag till spridning av laddningsbärare: atomära vibrationer och elektriskt laddade orenheter (tex joniserade dopatomer), men vi hann bara med atomära vibrationer den här föreläsningen. Vi gjorde mycket grova uppskattningar av temperaturberoendet hos kollisionstiden och fann att det är mycket olika i den kvantmekaniska gränsen (relevant för metaller) och i den klassiska (oftast relevant för halvledare).

Två dominerande bidrag till spridning av laddningsbärare: atomära vibrationer och elektriskt laddade orenheter (tex joniserade dopatomer).

Atomer kan vibrera, beter sig som harmoniska oscillatorer:

$$E = \frac{p^2}{2M} + \frac{1}{2}M\omega^2 r^2 = \frac{3}{2}kT + \frac{3}{2}kT$$

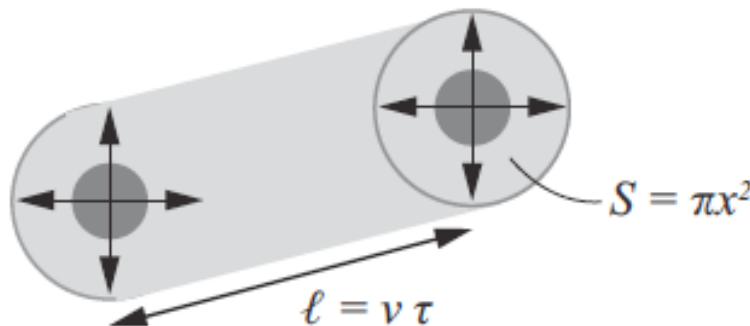
↑
likafördelningslagen

Vid temperaturen T är amplituden hos svängningen då: $\Delta r \sim \sqrt{T}$

Area som elektronen kan spridas mot: $S \sim (\Delta r)^2 \sim T$

Medeltid mellan kollisioner:

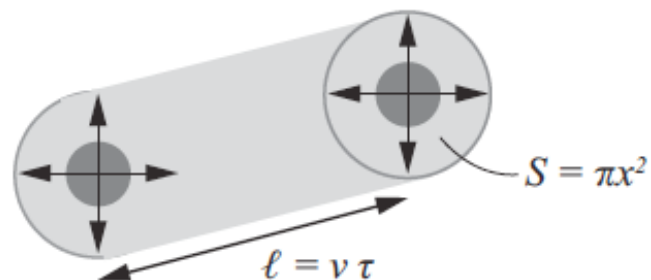
$$\tau \sim \frac{1}{Sv} \sim \begin{matrix} 1/T, & v = v_F & \text{kvant-regim} \\ 1/T^{3/2}, & v = v_{th} & \text{klassisk regim} \end{matrix}$$



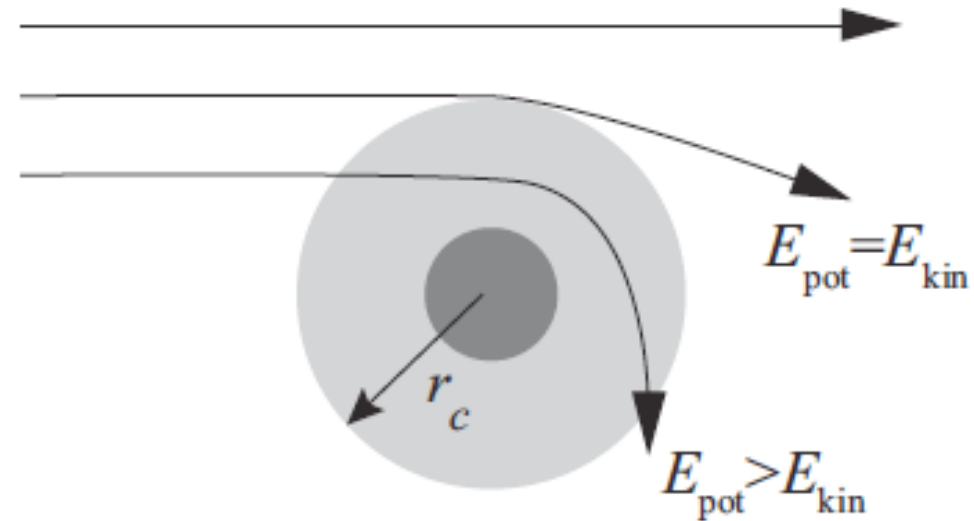
Föreläsning I I

Först avslutade vi kapitel 6 med att gå igenom den kvarvarande delen av 6.10 som handlade om spridning om elektriskt laddade orenheter. Precis som för spridning mot vibrationer i föregående föreläsning fokuserade vi på att uppskatta temperaturberoendet hos kollisionstiden, och fann att detta är väldigt olika i den kvantmekaniska gränsen (relevant för metaller) och i den klassiska (oftast relevant för halvledare).

Sedan började vi med kapitel 7 om pn-övergången och hann med 7.1.1 och delar av 7.1.2. En pn-övergång är helt enkelt en halvledare där en del är håldopad och del del elektrondopad. Viktiga tillämpningar är dioder, LEDs och solceller, men vi fokuserar här först på den grundläggande fysiken. Vi tittade lite på vad som händer precis vid gränsen mellan n- och p-områdena. Här diffunderar elektroner över till p-sidan och håll till n-sidan för att sedan rekombinera. Resultatet blir ett utarmningsområde utan fria laddningsbärare, men med en nettoladdning eftersom de joniserade dopatomerna finns kvar. Denna nettoladdning ger upphov till ett elektriskt fält i utarmningsområdet och därmed till en potentialskillnad mellan p- och n-områdena. Vi började med en detaljerad beräkning av dessa storheter som en funktion av koncentrationen av dopatomer, men hann inte göra detta färdigt.



Laddningsbärare sprids av en laddad orenhet om den passerar så nära att dess potentiella energi blir ungefär lika stor som den kinetiska



$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \rightarrow \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r_c} = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow r_c \sim 1/v^2$$

$$S \sim r_c^2 \sim 1/v^4 \rightarrow \tau \sim \frac{1}{Sv} \sim v^3 \sim \frac{v_F^3}{v_{th}^3} \quad (T\text{-ober.}) \text{ kvant-regim}$$

$$v_{th}^3 \sim T^{3/2}$$

Föreläsning I I

Först avslutade vi kapitel 6 med att gå igenom den kvarvarande delen av 6.10 som handlade om spridning om elektriskt laddade orenheter. Precis som för spridning mot vibrationer i föregående föreläsning fokuserade vi på att uppskatta temperaturberoendet hos kollisionstiden, och fann att detta är väldigt olika i den kvantmekaniska gränsen (relevant för metaller) och i den klassiska (oftast relevant för halvledare).

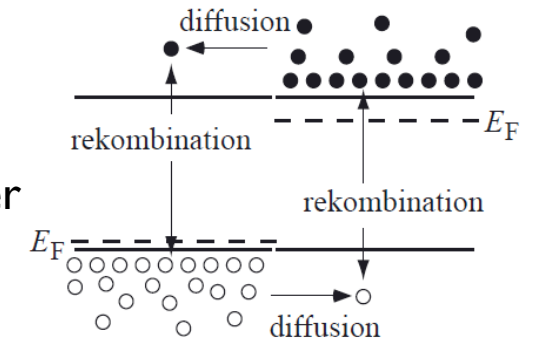
Sedan började vi med kapitel 7 om pn-övergången och hann med 7.1.1 och delar av 7.1.2. En pn-övergång är helt enkelt en halvledare där en del är håldopad och del del elektrondopad. Viktiga tillämpningar är dioder, LEDs och solceller, men vi fokuserar här först på den grundläggande fysiken. Vi tittade lite på vad som händer precis vid gränsen mellan n- och p-områdena. Här diffunderar elektroner över till p-sidan och hål till n-sidan för att sedan rekombinera. Resultatet blir ett utarmningsområde utan fria laddningsbärare, men med en nettoladdning eftersom de joniserade dopatomerna finns kvar. Denna nettoladdning ger upphov till ett elektriskt fält i utarmningsområdet och därmed till en potentialskillnad mellan p- och n-områdena. Vi började med en detaljerad beräkning av dessa storheter som en funktion av koncentrationen av dopatomer, men hann inte göra detta färdigt.

pn-övergång: prov med ett område *p*-dopat och ett område *n*-dopat

Nära gränsen diffunderar majoritetsladdningsbärare över till den andra sidan och rekombinerar

Ett **utarmningsområde** bildas, med få fria laddningsbärare, men elektriskt laddade joniserade dopatomer

Ett elektriskt fält uppstår, som i jämvikt är precis stort nog att stoppa elektron- och hålströmmarna



Elektriska fält: $\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_s}$, $\rho =$ laddningstäthet

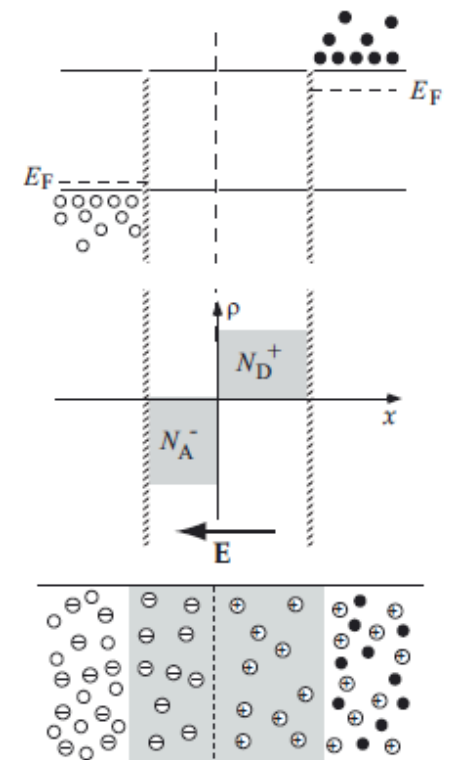
Potential: $\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_s}$

På *p*-sidan av utarmningsområdet:

$$-x_p < x < 0$$

$$\rho = -eN_A, \quad E(x) = \int_{-x_p}^x -\frac{eN_A}{\epsilon_s} dx' = -\frac{eN_A}{\epsilon_s} (x + x_p)$$

$$\psi(x) = \psi(-x_p) - \int_{-x_p}^x E(x') dx' = \psi(-x_p) + \frac{eN_A}{2\epsilon_s} (x + x_p)^2$$



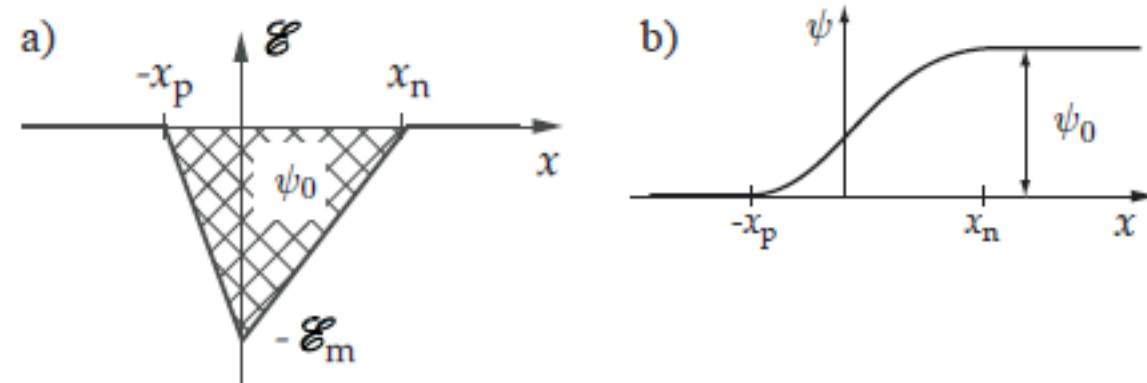
Elektriskt fält och potential på *n*-sidan kan beräknas på liknande sätt, men det hann vi inte med utan det kommer på nästa föreläsning

Vi fortsatte att diskutera pn-övergången, avslutade delen om pn-övergången i jämvikt och började med delen om pn-övergången med en pålagd spänning.

Vi avslutade diskussionen om det elektriska fältet och potentialen i jämvikt. Vi plottade det elektriska fältet och potentialen i utarmningsområdet. Den totala potentialskillnaden mellan p och n-områdena ges av integralen av det elektriska fältet och kallas diffusionsspänningen (den uppstår ju eftersom majoritetsladdningsbärare diffunderar över till andra sidan övergången).

En pålagd spänning som är positiv på p-sidan kallas framspänning. En sådan spänning minskar potentialskillnaden jämfört med den i jämvikt (diffusionsspänningen). Detta resulterar i att majoritetsladdningsbärare kan diffundera till andra sidan övergången, vilket borde ge upphov till en stor ström som ökar snabbt med ökande spänning. En pålagd spänning som är negativ på p-sidan kallas backspänning. I detta fall ökar potentialskillnaden och diffusionsströmmen stryps. Det som blir kvar är den lilla ström som kommer från minoritetsladdningsbärare nära utarmningsområdet som sveps över till andra sidan övergången av det elektriska fältet. Denna ström borde endast bero svagt på den pålagda spänningen. Vi räknade även ett exempel som visade att det är en god approximation att anta att spänningen endast faller över utarmningsområdet, samt att minoritetsladdningsbärarna är försumbara när man betraktar strömmen djupt inne i p- eller n-områdena.

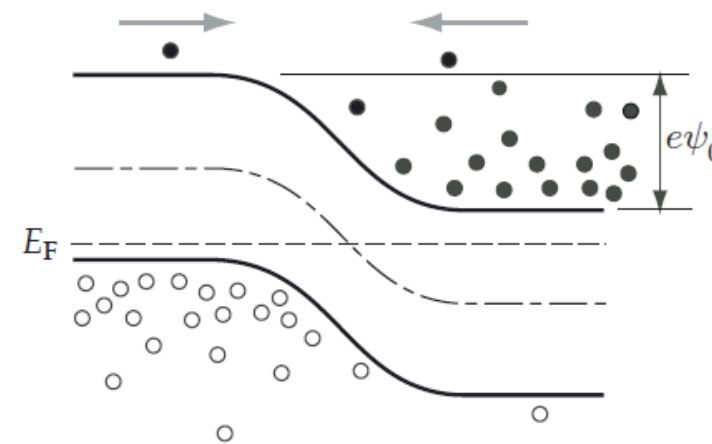
Elektriskt fält och potential för pn-övergång i jämvikt



Elektron i denna potential får sin potentiella energi ändrad enligt

$$\Delta E_{\text{pot}}(x) = -e\psi(x)$$

vilket resulterar i att banden böjs: $E_{C,V}(x) = E_{C,V} + \Delta E_{\text{pot}}(x)$



Jämvikt: ett fåtal elektroner diffunderar från n-sidan till p-sidan och ett fåtal elektroner på p-sidan kommer in i utarmningsområdet och sveps över till n-sidan av det elektriska fältet, men dessa strömmar tar precis ut varandra. Samma gäller för hålen.

Notera att alla följande bilder är från tidigare år eftersom den sista halvan av kursen föreläses av Carina 2018. Det kan hända att fokus inte är exakt samma i år. Dessutom är vissa kapitelhänvisningar fel eftersom kompendiet uppdaterats.

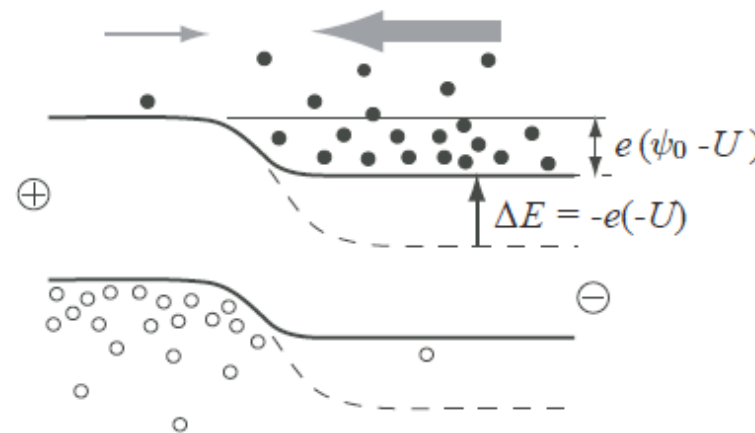
Vi fortsatte att diskutera pn-övergången, avslutade delen om pn-övergången i jämvikt och började med delen om pn-övergången med en pålagd spänning.

Vi avslutade diskussionen om det elektriska fältet och potentialen i jämvikt. Vi plottade det elektriska fältet och potentialen i utarmningsområdet. Den totala potentialskillnaden mellan p och n-områdena ges av integralen av det elektriska fältet och kallas diffusionsspänningen (den uppstår ju eftersom majoritetsladdningsbärare diffunderar över till andra sidan övergången).

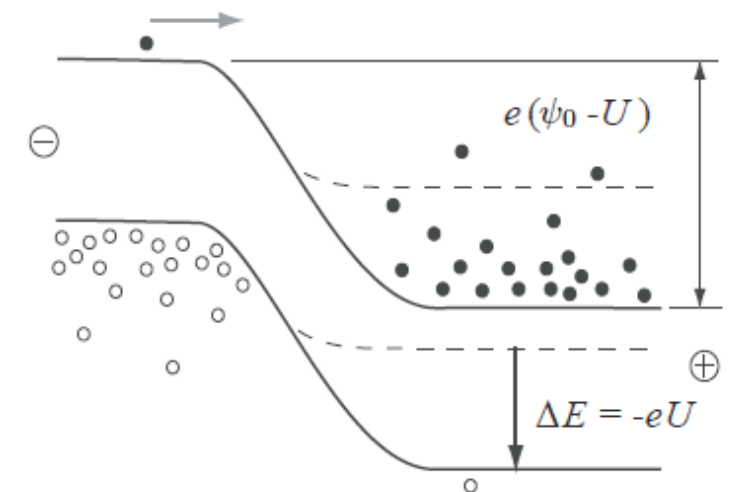
En pålagd spänning som är positiv på p-sidan kallas framspänning. En sådan spänning minskar potentialskillnaden jämfört med den i jämvikt (diffusionsspänningen). Detta resulterar i att majoritetsladdningsbärare kan diffundera till andra sidan övergången, vilket borde ge upphov till en stor ström som ökar snabbt med ökande spänning. En pålagd spänning som är negativ på p-sidan kallas backspänning. I detta fall ökar potentialskillnaden och diffusionsströmmen stryps. Det som blir kvar är den lilla ström som kommer från minoritetsladdningsbärare nära utarmningsområdet som sveps över till andra sidan övergången av det elektriska fältet. Denna ström borde endast bero svagt på den pålagda spänningen. Vi räknade även ett exempel som visade att det är en god approximation att anta att spänningen endast faller över utarmningsområdet, samt att minoritetsladdningsbärarna är försumbara när man betraktar strömmen djupt inne i p- eller n-områdena.

Med en pålagd spänning U antar vi att spänningsfallet endast sker över utarmningsområdet och därmed ökar eller minskar potentialskillnaden från diffusionsspänningen

Utarmningsområdets bredd: $w(U) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s}{e} \frac{N_D + N_A}{N_D N_A} (\psi_0 - U)}$



$U > 0$: barriären minskar, antalet elektroner som kan diffundera ökar



$U < 0$: barriären ökar, antalet elektroner som kan diffundera minskar

Vid $U > 0$ borde antalet minoritetsladdningsbärare nära övergången öka

I jämvikt gäller:

$$n(x_n) = n_{n0} = N_C \exp \left[-\frac{E_C(x_n) - E_F(T)}{kT} \right]$$

$$n(-x_p) = n_{p0} = N_C \exp \left[-\frac{E_C(-x_p) - E_F(T)}{kT} \right] = n_{n0} \exp \left[-\frac{e\psi_0}{kT} \right]$$

Vi pratade om kapitel 7.2.4 och 7.2.5 och härledde den ideala diodekvationen, dvs ström-spänning-förhållandet hos en pn-övergång. Vi beräknade minoritetsladdningsbärarnas diffusionsström alldeles vid kanten till utarmningsområdet. Under antagandet att strömmen är konstant genom utarmningsområdet ges den totala strömmen av summan av elektronströmmen alldeles intill utarmningsområdet på hålsidan och hålströmmen alldeles intill utarmningsområdet på elektronsidan. Vid framspänning ökar denna ström exponentiellt med spänningen eftersom minoritetsladdningsbärarkoncentrationen ökar exponentiellt. Vid backspänning återstår endast en liten läckström eller backström.

Framspänning ökar antalet minoritetsladdningsbärare nära utarmningsområdets kant:

$$n(-x_p) = n_{n0} \exp \left[-e \frac{\psi_0 - U}{kT} \right] = n_{p0} \exp \left[\frac{eU}{kT} \right]$$

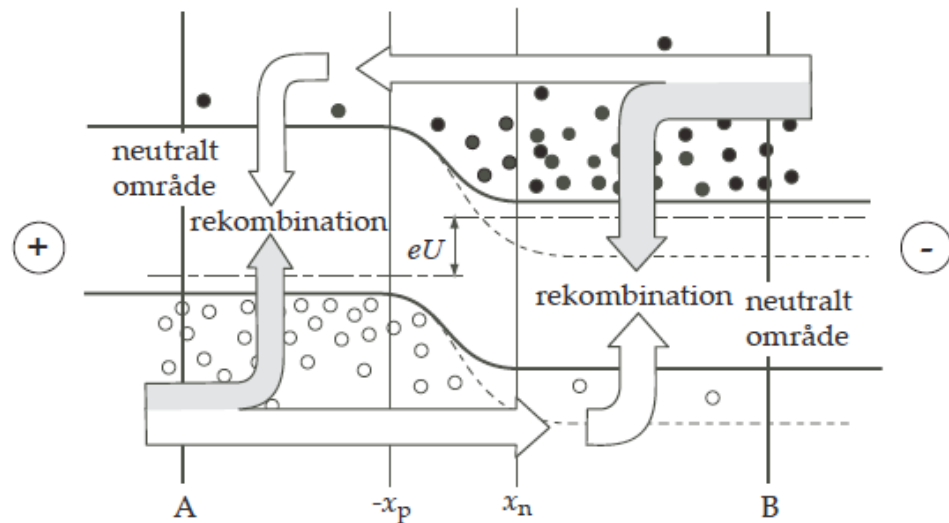
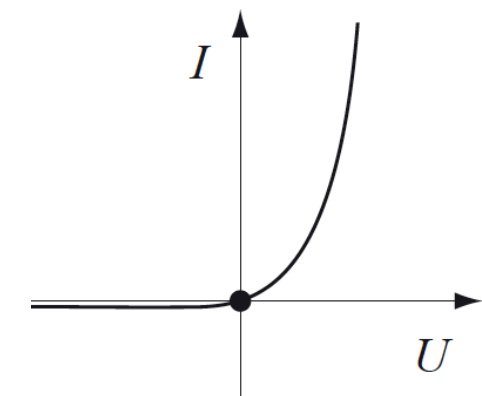
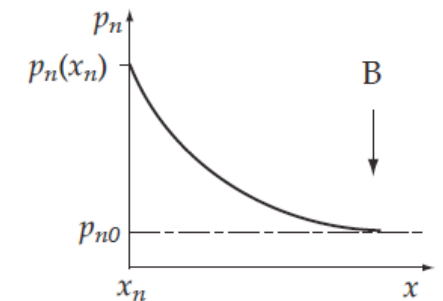
Antag ingen netto-generation eller -rekombination i utarmningsområdet:

$$J(x=0) = J_e(x=0) + J_h(x=0) = J_e(x=-x_p) + J_h(x=x_n)$$

Hål på n-sidan: $p_n(x) = p_{n0} + (p_n(x_n) - p_{n0})e^{-(x-x_n)/L_h}$

$$J_h(x_n) = -eD_h \left. \frac{dp_n(x)}{dx} \right|_{x=x_n} = \frac{eD_h}{L_h} p_{n0} \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right)$$

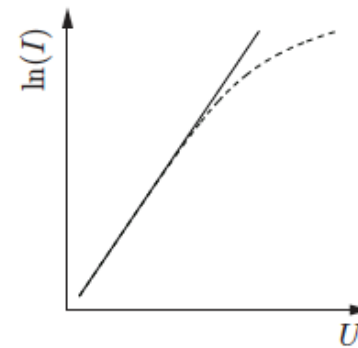
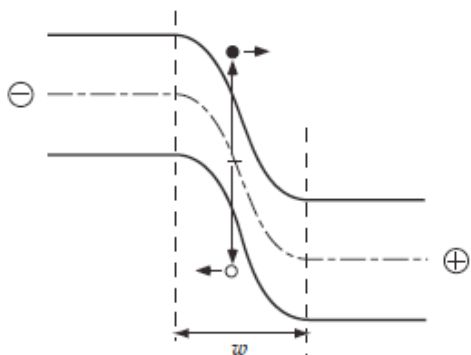
$$J_e(-x_p) = \frac{eD_e}{L_e} n_{p0} \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right)$$



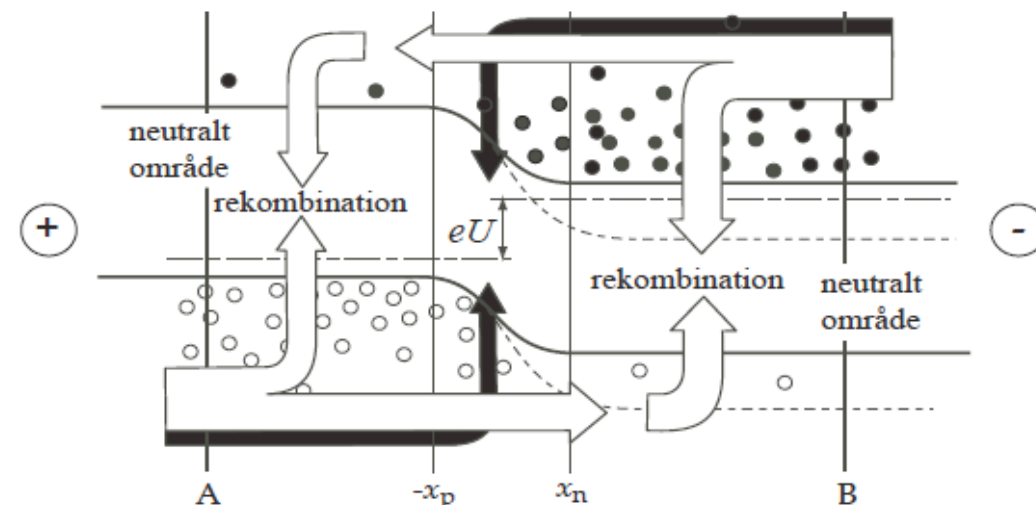
Ideala diodekvationen: $J(x=0) = \left(\frac{eD_e n_{p0}}{L_e} + \frac{eD_h p_{n0}}{L_h} \right) \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right) = J_0 \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right)$

LUND UNIVERSITY Från tidigare år - denna del förelästes av Carina 2018

Vi pratade om kapitel 7.4, 7.5 och 7.7. Vi räknade även två uppgifter (40 och 37) och pratade en hel del om LEDs. Vid stora framspänningar avviker stömmen från ideala diodekvationen och beror inte längre exponentiellt på spänningen. Detta beror på att serieresistanser i p och n områdena börjar bli viktiga. Vi tittade även lite kvalitativt på vad som händer när man tar hänsyn till rekombination och generation i utarmningsområdet. Vid framspänning leder strävan efter jämvikt till nettorekombination i utarmningsområdet. För att kompensera detta måste en extra rekombinationsström flyta in från kontakterna. Man kan modifiera den ideala diodekvationen för att ta hänsyn till både rekombinationsström och diffusionsström. Vid backspänning får man istället nettogeneration i utarmningsområdet. De genererade elektron-hål-paren sveps sedan med av det elektriska fältet. Eftersom storleken på utarmningsområdet ökar med ökande backspänning ökar även generationen och därmed blir backströmmen (svagt) spänningsberoende. Vid riktigt stora negativa spänningar avviker strömmen kraftigt från det konstanta värde som ges av ideala diodekvationen och blir istället stor (och negativ). Detta kallas genombrott, och vi diskuterade två olika typer, tunnelgenombrott och lavingenombrott.



Logaritmerad ström-spänning karakteristik med hänsyn tagen till serieresistanser



$U > 0$: nettorekombination i utarmningsområdet

➔ extra inflöde från kontakterna (rekombinationsström)

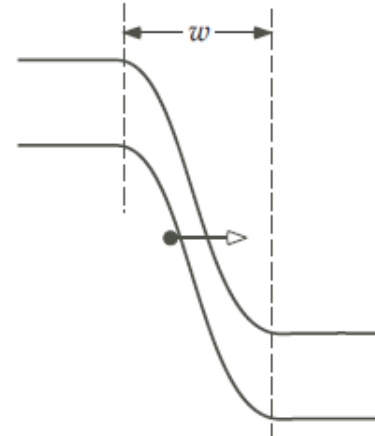
Generaliserade diodekvationen: $I = I_0 \left(e^{\frac{eU}{\eta kT}} - 1 \right)$ η : idealitetsfaktor

$U < 0$: nettogeneration i utarmningsområdet

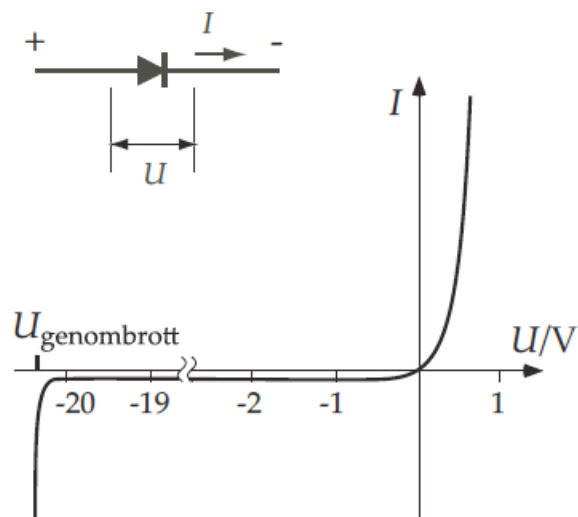
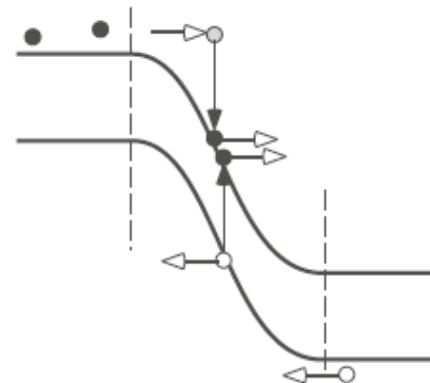
Genererade laddningsbärare sveps med av det elektriska fältet (generationsström) I_0 ökar med ökande negativ spänning eftersom w ökar

Vi pratade om kapitel 7.4, 7.5 och 7.7. Vi räknade även två uppgifter (40 och 37) och pratade en hel del om LEDs. Vid stora framspänningar avviker stömmen från ideala diodekvationen och beror inte längre exponentiellt på spänningen. Detta beror på att serieresistanser i p och n områdena börjar bli viktiga. Vi tittade även lite kvalitativt på vad som händer när man tar hänsyn till rekombination och generation i utarmningsområdet. Vid framspänning leder strävan efter jämvikt till nettorekombination i utarmningsområdet. För att kompensera detta måste en extra rekombinationsström flyta in från kontakterna. Man kan modifiera den ideala diodekvationen för att ta hänsyn till både rekombinationsström och diffusionsström. Vid backspänning får man istället nettogeneration i utarmningsområdet. De genererade elektron-hål-paren sveps sedan med av det elektriska fältet. Eftersom storleken på utarmningsområdet ökar med ökande backspänning ökar även generationen och därmed blir backströmmen (svagt) spänningsberoende. Vid riktigt stora negativa spänningar avviker strömmen kraftigt från det konstanta värde som ges av ideala diodekvationen och blir istället stor (och negativ). Detta kallas genombrott, och vi diskuterade två olika typer, tunnelgenombrott och lavingenombrott.

Tunnelgenombrott (Zener-genombrott) e- tunnlar från VB till CB



Lavingenombrott Kollisioner skapar nya elektron-hål-par



Ström genom diod med genombrott

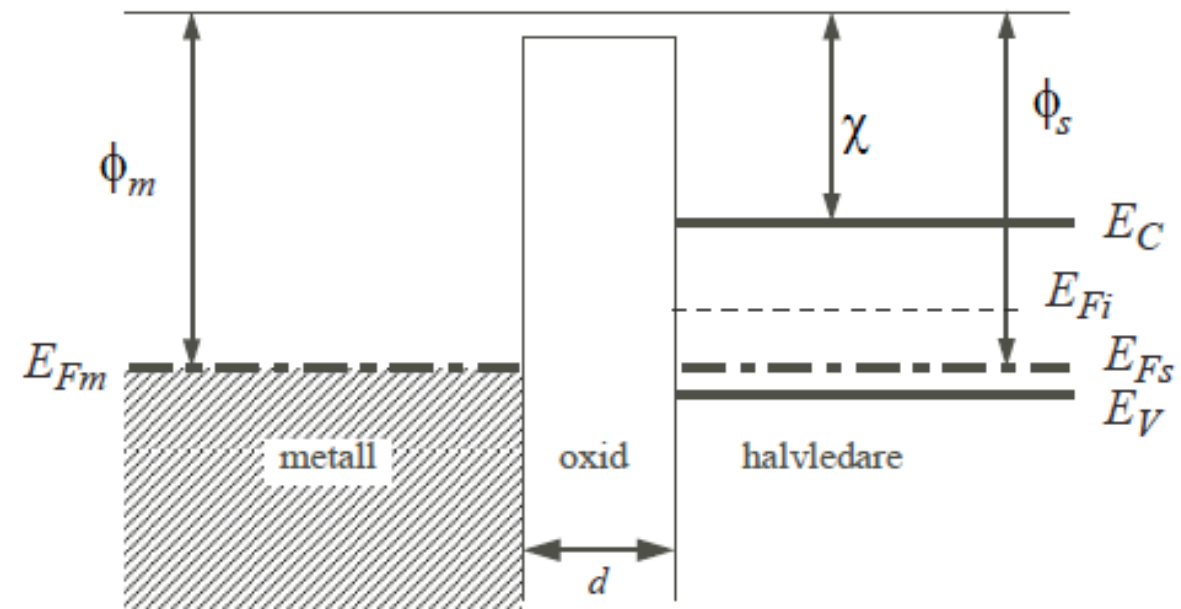


LUND UNIVERSITY Från tidigare år - denna del förelästes av Carina 2018

I de sista två föreläsningarna med nytt material behandlade vi kapitel 10.

Med en pålagd spänning fungerar en MOS-övergång som en plattkondensator. På metallsidan utgörs laddningarna av ett överskott eller underskott på elektroner precis vid gränsskiktet till oxiden. På halvledarsidan böjs banden av det elektriska fältet så att laddningar skapas. I ackumulation utgörs dessa laddningar av ett överskott på majoritetsladdningsbärare nära gränsen mellan halvledaren och oxiden. Med en motsatt spänning får man istället utarmning, där majoritetsladdningsbärarna trängs undan nära gränsskiktet och ger upphov till ett laddat utarmningsområde. Med en större spänning av samma polaritet böjs bandet så mycket att minoritetsladdningsbärare samlas nära gränsskiktet. Detta kallas inversion.

I en CCD (charge coupled device) utnyttjar man att det tar ganska lång tid för minoritetsladdningsbärarna att samlas nära gränsskiktet och ge inversion. Infallande ljus kan påskynda processen genom att skapa elektron-hål-par och man får en ljuskänslig laddningsansamling. I en MOSET används en gatespänning för att skapa en inversionskanal och därmed kontrollera om transistorn leder ström eller inte (dvs är av eller på).



χ elektronaffinitet

ϕ_m utträdesarbete i metallen

ϕ_s utträdesarbete i halvledaren

Antaganden:

- 1) Samma utträdesarbete i metallen och halvledaren
- 2) Inga laddningar i oxiden
- 3) Inga strömmar genom oxiden

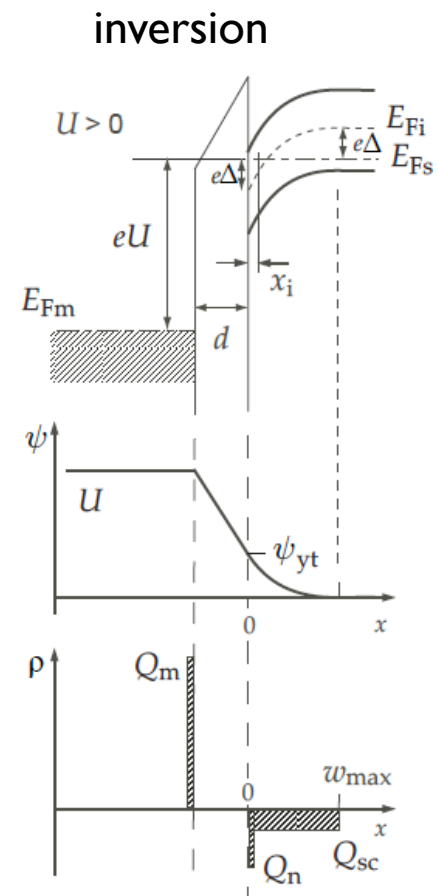
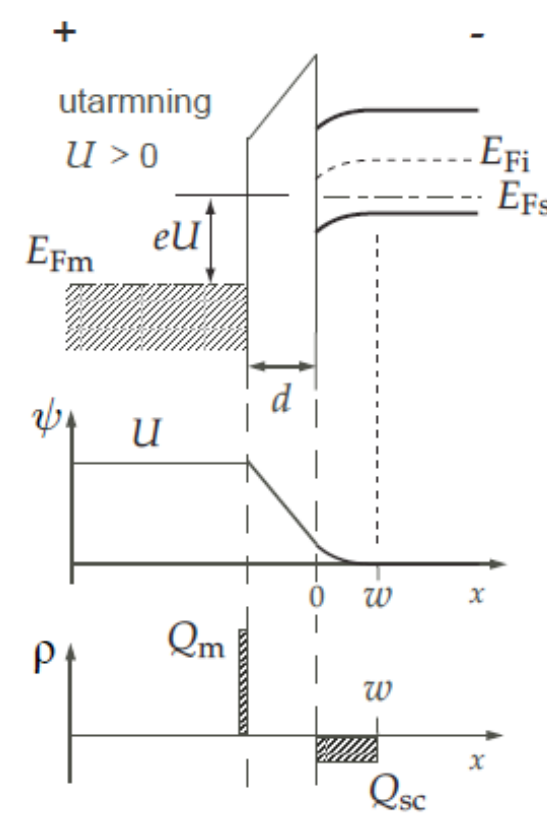
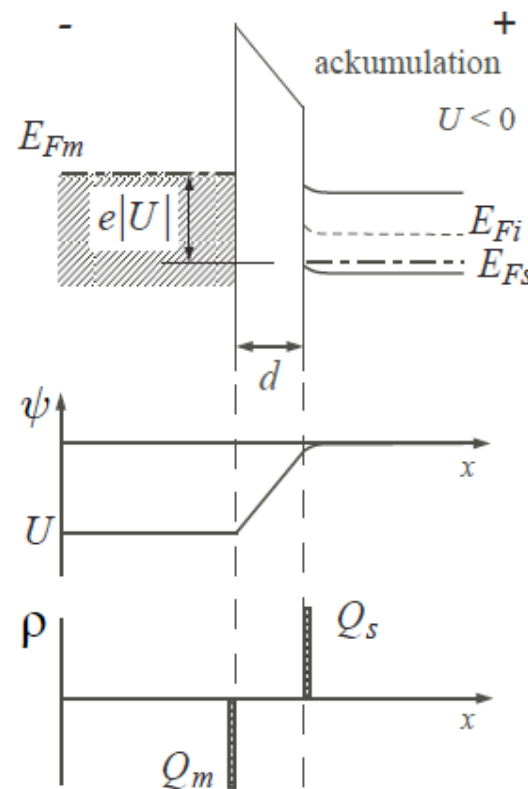
MOS-övergång fungerar som en kondensator,
med laddningar på båda sidor av oxiden

LUND UNIVERSITY Från tidigare år - denna del förelästes av Carina 2018

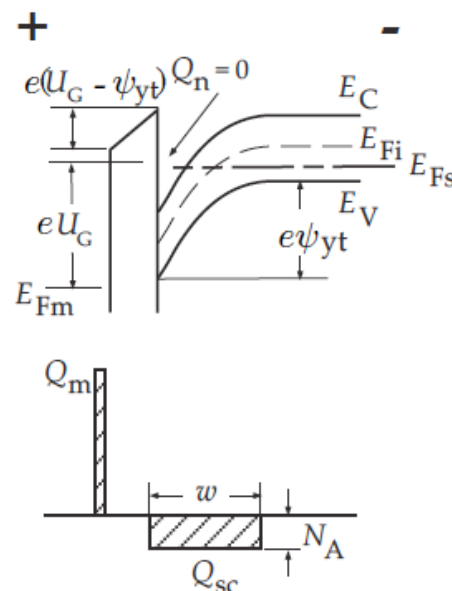
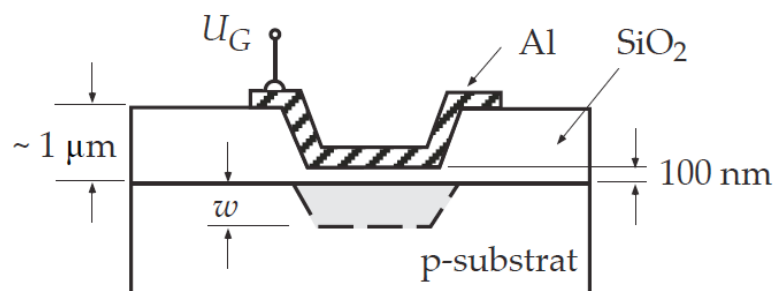
I de sista två föreläsningarna med nytt material behandlade vi kapitel 10.

Med en pålagd spänning fungerar en MOS-övergång som en plattkondensator. På metallsidan utgörs laddningarna av ett överskott eller underskott på elektroner precis vid gränsskiktet till oxiden. På halvledarsidan böjs banden av det elektriska fältet så att laddningar skapas. I ackumulation utgörs dessa laddningar av ett överskott på majoritetsladdningsbärare nära gränsen mellan halvledaren och oxiden. Med en motsatt spänning får man istället utarmning, där majoritetsladdningsbärarna trängs undan nära gränsskiktet och ger upphov till ett laddat utarmningsområde. Med en större spänning av samma polaritet böjs bandet så mycket att minoritetsladdningsbärare samlas nära gränsskiktet. Detta kallas inversion.

I en CCD (charge coupled device) utnyttjar man att det tar ganska lång tid för minoritetsladdningsbärarna att samlas nära gränsskiktet och ge inversion. Infallande ljus kan påskynda processen genom att skapa elektron-hål-par och man får en ljuskänslig laddningsansamling. I en MOSET används en gatespänning för att skapa en inversionskanal och därmed kontrollera om transistorn leder ström eller inte (dvs är av eller på).



Charge-coupled device (CCD)



Djup utarmning: U stort nog för inversion, men tar tid för elektroner att samlas nära ytan

➡ först endast utarmning (hålen sveps snabbt bort av det elektriska fältet)

Belysning ➡ elektron-hål-par skapas nära ytan

➡ laddning endast om aktuellt område belysts

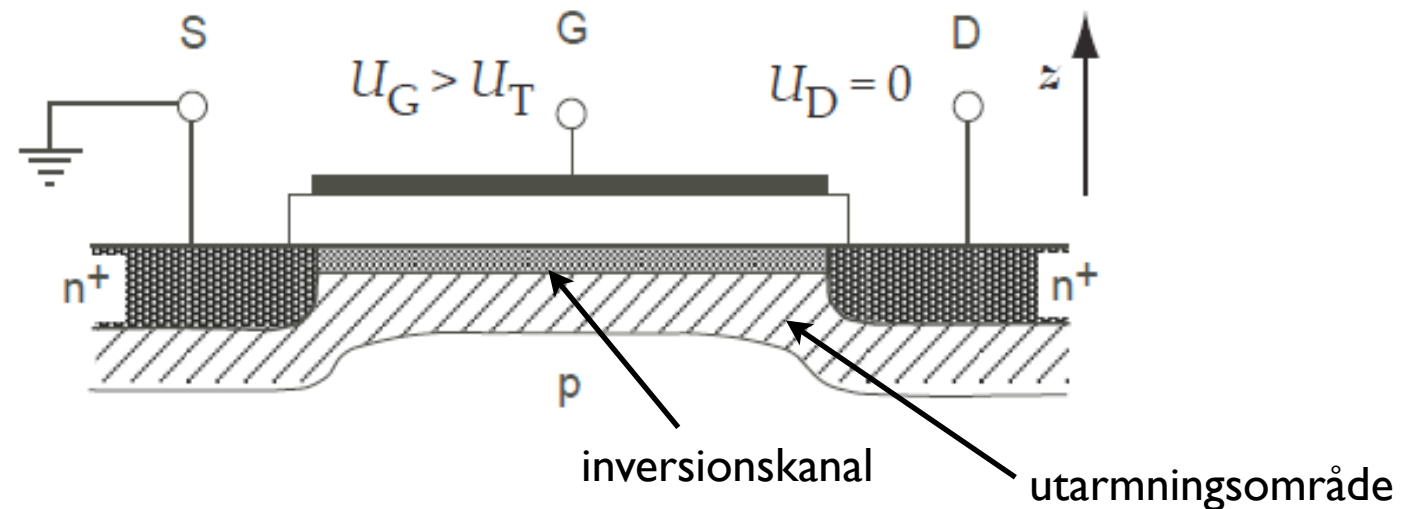
➡ ljuskänsliga punkter (pixlar i en kamera)

I de sista två föreläsningarna med nytt material behandlade vi kapitel 10.

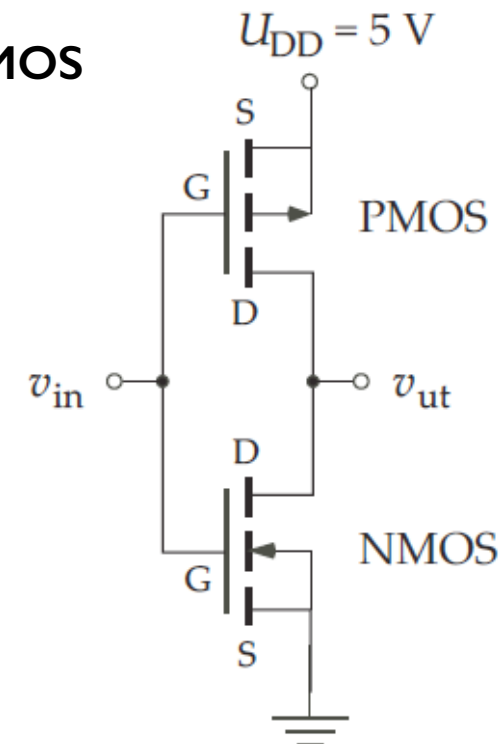
Med en pålagd spänning fungerar en MOS-övergång som en plattkondensator. På metallsidan utgörs laddningarna av ett överskott eller underskott på elektroner precis vid gränsskiktet till oxiden. På halvledarsidan böjs banden av det elektriska fältet så att laddningar skapas. I ackumulation utgörs dessa laddningar av ett överskott på majoritetsladdningsbärare nära gränsen mellan halvledaren och oxiden. Med en motsatt spänning får man istället utarmning, där majoritetsladdningsbärarna trängs undan nära gränsskiktet och ger upphov till ett laddat utarmningsområde. Med en större spänning av samma polaritet böjs bandet så mycket att minoritetsladdningsbärare samlas nära gränsskiktet. Detta kallas inversion.

I en CCD (charge coupled device) utnyttjar man att det tar ganska lång tid för minoritetsladdningsbärarna att samlas nära gränsskiktet och ge inversion. Infallande ljus kan påskynda processen genom att skapa elektron-hål-par och man får en ljuskänslig laddningsansamling. I en MOSFET används en gatespänning för att skapa en inversionskanal och därmed kontrollera om transistorn leder ström eller inte (dvs är av eller på).

MOSFET (inversion)



CMOS



Kopplade n-typ och p-typ MOSFETs. En transistor alltid av och en spänning kan upprätthållas utan stationär ström.

Binär 0 och 1 motsvaras respektive av 0V och 5V

Inverterare (logisk NOT gate):

$v_{in} = 0$: n-MOS av, p-MOS på

$v_{in} = 5V$: n-MOS på, p-MOS av

Speciellt viktiga koncept/färdigheter

Notera att detta *inte* är en lista på vilka frågor som kan komma på tentan! Det är sådant jag tycker är speciellt viktigt för att förstå sammanhanget och den röda tråden i kursen. I allmänhet är ett vettigt studietips att försöka *förstå* de olika figurerna i kompendiet. Man kan försöka tänka själv vad som händer om man ändrar lite på förutsättningarna i figuren (tex byter n-typ mot p-typ, etc).

- Förstå den fysikaliska innebörden av de olika storheterna i formlerna för konduktiviteten
- Kunna sambandet mellan tex konduktans och konduktivitet, spänning och elektriskt fält, ... Alltså sambandet mellan det man typiskt mäter eller kontrollerar i en mätning och det man typiskt kan räkna ut eller som krävs vid en beräkning
- Förstå fysiken bakom Halleffekten, hur går strömmen, var och varför uppstår Hallspänningen?
- Lådpotential med fixa och periodiska randvillkor, kvantiseringvillkor för k , hur ser vågfunktionerna ut?
- Förstå innebörden av tillståndstätheten och vad man kan beräkna med hjälp av den
- Fermifunktionen, Ferminivå, klassisk gräns
- Vad har spridning med bandgap att göra (på en intuitiv nivå)? (För F: även kvantitativt med störningsräkning)
- Effektiv massa och grupphastighet i nästan-frielektronmodellen
- Grundläggande halvledarbegrepp (valens- och ledningsband, bandgap, hål, ...)
- Laddningsbärarkoncentrationer i de olika temperaturområdena, massverkans lag, hur ser Fermifunktionen ut i de olika fallen?
- pn-övergången, förstå skisserna av banden, elektriska fältet och laddningsbärarkoncentrationerna och hur dessa ändras vid framspänning och backspänning, kunna räkna på ideala diodekvationen.
- Vad händer med banden i halvledaren i en MOS med olika pålagd spänning?

Tips för tentan

- Motivera (kort) alla svar. *Speciellt* flervalsuppgifter!
- Slarvfel och miniräknarfel är ingen katastrof. Men om svaret verkar fysikaliskt orimligt bör man skriva det! Håll koll på enheter!
- Om man inte vet hur man ska räkna ut något kan man beskriva fysikaliskt vad som händer
- Vi vet vilka formler som finns i formelsamlingen. Tentan är lösbar med dessa (kombinerat med förståelse och kunskap såklart)
- Om någon information verkar saknas måste man antagligen göra någon approximation eller antagande

Lycka till!