

# Svängande stavar och fjädrar

Vid den här laborationen ska du, med hjälp av en serie enkla experiment, bestämma vilka faktorer som påverkar svängningstiden för en balk eller en fjäder. *Målet* är att finna ett allmängiltigt analytiskt uttryck för respektive svängningstid. *Meningen* med laborationen är det systematiska arbetet som leder fram till målet. Att man ibland kommer på avvägar är en del av det experimentella arbetet.

Du får tillgång till enkel mätutrustning och ett antal balkar respektive fjädrar. För att kunna lösa uppgiften behövs dock inte bara mätdata, utan också arbete med dimensionsanalys, linjärisering av samband och diagramritning.

## Förberedelser

Läs om *experimentell metodik* i avsnittet som kallas Labintroduktion.

Lös sedan uppgifterna nedan. Fullständiga, renskrivna lösningar lämnas vid laborationens början till handledaren.

**1.** Vid tillverkning av julgranskulor blåses varm luft in i en plastmassa på samma sätt som när man blåser såpbubblor. Plasten stelnar i sin sfäriska form när kulans radie fått en viss storlek. Övertrycket ( $p$ ) hos luften bestämmer kulans radie ( $r$ ) enligt tabellen.

$p/\text{Pa}$	980	544	326	241	204	160
$r/\text{m}$	0,050	0,090	0,15	0,20	0,24	0,30

**a)** Ansätt ett samband av typen  $p = a \cdot r^b$ . Vad ska avsättas på diagramaxlarna för att du ska få en rät linje?

**b)** Rita ett diagram i vilket mätpunkterna ligger på en rät linje, och bestäm ur diagrammet funktionssambandet mellan  $p$  och  $r$ .

**Svar: a)**  $\lg p$  som funktion av  $\lg r$  (eller  $\ln p$  som funktion av  $\ln r$ ).

**b)**  $p = a \cdot r^{-1}$  och  $a = 49 \text{ N/m}$ .

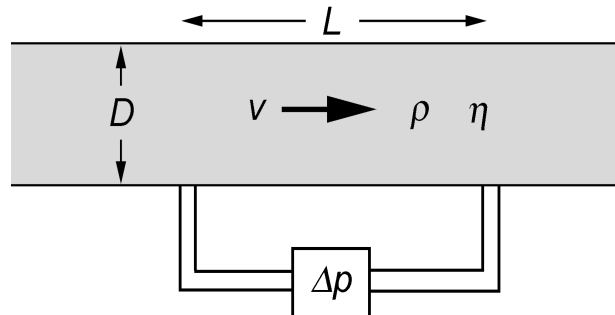
**2.** Ljudhastigheten i en stav beror på stavens densitet  $\rho$  och dess elasticitetsmodul  $E$  (enhet  $1 \text{ N/m}^2$ )\*. Bestäm via produktansats hur sambandet för ljudhastigheten ser ut.

**Svar:**  $v = \text{konst} \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

---

\*  $\frac{1}{E} = \frac{1}{L} \cdot \frac{dL}{dP} = \frac{dL}{L} \cdot \frac{1}{dP}$  som tolkas som "relativ längdändring per tryckändring".

3. När en vätska strömmar *laminärt* (utan virvelbildning) genom ett rör kan man härleda ett uttryck för hur tryckfallet per längdenhet ändras i röret. Sambandet som kallas Poiseuilles lag fungerar inte alls när strömningen blir *turbulent*. Då krävs både dimensionsanalys (med rätt ansats) och en del experimenterande för att få fram ett samband. Låt oss anta att tryckfallet per längdenhet ( $\Delta p/L$ ) bara beror på rörets diameter ( $D$ ), strömningshastigheten ( $v$ ), vätskans densitet ( $\rho$ ) och dess viskositet ( $\eta$ ).



**Figur 1** I ett rör med turbulent strömning vill man bestämma hur tryckfallet per längdenhet beror på olika storheter.

- a)** Gör en produktansats och ställ upp de ekvationer som enheterna ger upphov till. Hur många obekanta får du och hur många ekvationer? Ledning: Viskositet har enheten  $1 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1 \text{ Ns}/\text{m}^2$ .
- b)** Det behövs alltså experiment för att bestämma en av de obekanta, dvs en exponent för någon av variablerna. Om man mäter tryckfallet per längdenhet och varierar bara en av storheterna  $D$ ,  $v$ ,  $\rho$  eller  $\eta$  (och håller de andra konstanta) kan man med ett lämpligt diagram bestämma *en* exponent. Strunta för ett ögonblick i vad som är experimentellt möjligt och berätta vilken exponent som du vill bestämma först.
- c)** Genom att använda samma vätska och samma rördiameter och bara variera strömningshastigheten kan man visa att

$$\frac{\Delta p}{L} = \text{konst}_2 \cdot v^{7/4}$$

Visa nu hur tryckfallet per längdenhet beror på de fyra variablerna i ansatsen.

- d)** Till sist, hur bestämmer man konstanten i uttrycket?

Svar: c) 
$$\frac{\Delta p}{L} = \text{konst}_1 \cdot \rho^{3/4} \cdot v^{7/4} \cdot D^{-5/4} \cdot \eta^{1/4}$$

d) För fullständighetens skull: Sambandet kallas Blasius formel och konstanten har värdet  $\text{konst}_1 = 0,1582$ .

## Utförande

Du ska under laborationen arbeta med *en* av följande uppgifter. Inled gärna med att tillsammans diskutera vilka faktorer som möjligen påverkar svängningstiden. Lägg sedan upp en strategi för hur ni så systematiskt som möjligt ska genomföra undersökningen. Gör produktansatser och genomför dimensionsanalyser, ta upp mätdata och rita diagram! Du inser snart att man, hur systematisk man än är, inte alltid kan ändra bara en variabel åt gången. Detta är i realiteten snarare en regel än ett undantag!

Laborationen avslutas med att du i *ett* diagram, på lämpligt sätt, avsetter svängningstiden  $T$  som funktion av samtliga variabler så att dimensionslösa konstanter kan bestämmas.

### Uppgift 1 Svängande stavar

En stav som är fastspänd i ena änden sätts i svängning. Din uppgift är att undersöka vilka faktorer som påverkar stavens svängningstid. Uppgiften är löst när du redovisat ett analytiskt uttryck som gäller för en godtycklig fastspänd svängande stav. I redogörelsen ska ingå ett diagram i vilket svängningstiden är avsatt som funktion av samtliga ingående variabler.



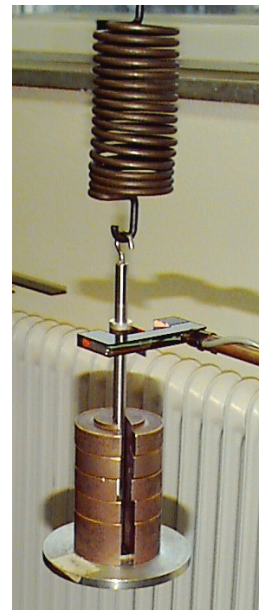
**Utrustning** Bänk för fastspänning av stavar, tidmätningssystem, måttband, skjutmått samt stavar av följande material och med följande ungefärliga mått:

Stål, breddxtjocklek	Aluminium, breddxtjocklek	Mässing, breddxtjocklek
25 mm × 5 mm	30 mm × 5 mm	40 mm × 8 mm
14 mm × 3 mm		
40 mm × 8 mm		
40 mm × 6 mm		
30 mm × 5 mm		
25 mm × 6 mm		
25 mm × 3 mm		
25 mm × 8 mm		

## Uppgift 2 Svängande fjädrar

En i övre änden fastspänd fjäder belastas med en vikt och sätts i svängning. Din uppgift är att undersöka vilka olika faktorer som påverkar svängningstiden. Uppgiften är löst när du redovisat ett analytiskt uttryck som gäller för en godtycklig fjäder med godtycklig belastning. I redogörelsen ska ingå ett diagram i vilket svängningstiden är avsatt som funktion av samtliga ingående variabler.

Utrustning: Stativ för upphängning av fjäder, tidmätningssystem, skjutmått, vikter (0,50 kg och 1,00 kg), upphängningsanordning för vikterna (denna väger 0,50 kg) samt fjädrar av stål med följande ungefärliga data:



Fjäderdiameter/mm	Tråddiameter/mm	Antal varv
35	3	13
60	3	7
60	3	7
35	4	14
40	4	10
50	4	15
60	4	12
60	5	9
60	5	9
60	5	12
60	5	17
60	6	16